



INTERREG V-A
SLOVENSKÁ REPUBLIKA
ČESKÁ REPUBLIKA



EURÓPSKA ÚNIA
EURÓPSKY FOND
REGIONÁLNEHO ROZVOJA

SPOLOČNE BEZ HRANÍC

OCELOVÉ MOSTY

Únavové namáhání ocelových konstrukcí ***Obecné principy***

NÁZOV PROJEKTU:

**Podpora edukačných aktivít pre výchovu mladých odborníkov
v oblasti mostného staviteľstva v cezhraničnom regióne
(Kód projektu v ITMS2014+: 304011U647)**



VŠB TECHNICKÁ
UNIVERZITA
OSTRAVA

EDUMOS

Projekt je podporovaný z programu Interreg V-A Slovenská republika – Česká republika
a spolufinancovaný z Európskeho fondu regionálneho rozvoja

1. **Obecně**
2. **K vývoji problematiky**
3. **Únavový proces**
 - Druhy únavového namáhání
 - Popis únavového procesu
 - Rychlost šíření trhliny
 - Vruby
4. **Zatížení a účinky zatížení při únavovém namáhání konstrukcí**
 - Zatížení
 - Spektrum rozkmitu napětí
5. **Únavová pevnost**
 - Experimentální vyšetřování
 - Analytické vyjádření Wöhlerovy křivky
 - Únavová pevnost podle EN 1993-1-9
6. **Posouzení na únavu**
 - Všeobecně
 - Namáhání s konstantní amplitudou
 - Kumulativní hypotéza Palmgren-Miner
 - Ekvivalentní konstantní rozkmit napětí

1. Obecně

Únava materiálu je obecně charakterizována jako proces změn vlastností a stavu materiálu **vyvolaný proměnným opakovaným namáháním**.

Proces únavy způsobuje **vznik a šíření trhliny**, postupné porušování a celkové snížení životnosti namáhané části dílce nebo celé konstrukce.

Mezi **rozhodující faktory**, které ovlivňují únavový proces, řadíme:

- historie zatěžování a účinků zatěžování;
- geometrický tvar konstrukce;
- uspořádání detailů;
- vlastní pnutí a možné materiálové a výrobně technologické defekty.

Největší vliv na únavové porušení mají z výše uvedených faktorů především: **historie zatížení, uspořádání detailů a vlastní pnutí**.

Únava materiálu omezuje životnost konstrukce a v mnoha případech vede k nebezpečným haváriím. Je známo velké množství katastrof způsobených únavovými trhlinami, které měly za následek ztrátu lidských životů či velké materiální škody.



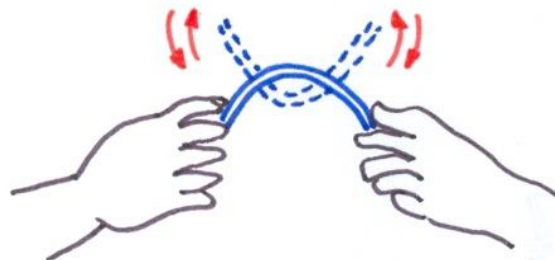
Únavová trhlina - Tramvajový most přes Vltavu v Holešovicích



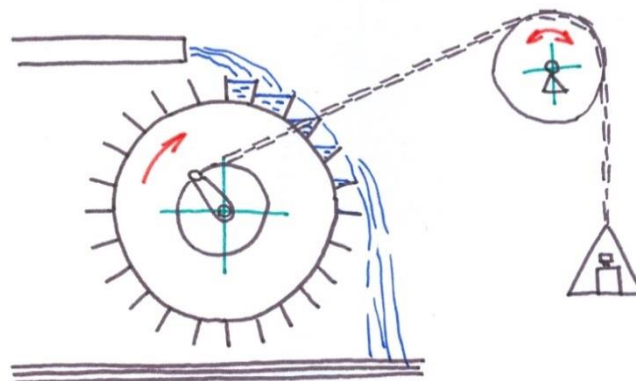
Únavová trhlina - Ocelový železniční most u Hodonína (1929)

2. K vývoji problematiky

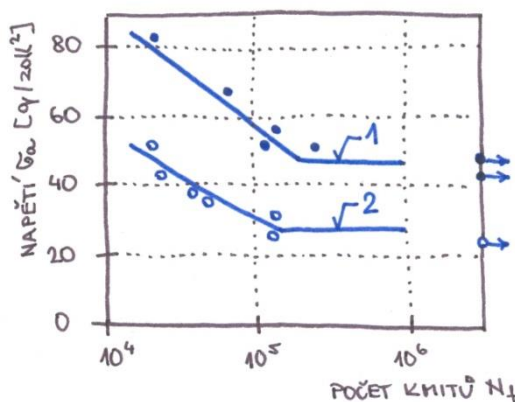
Už historicky bylo známo, že ocelový prut je možno zlomit několikanásobným střídavým ohybem s velkou amplitudou. Neočekávalo se však, že k porušení materiálu může dojít při opakovaném namáhání také v těch případech, kdy materiál zůstává v pružné oblasti.



Mezi první studie únavy patří zkoušky pevnosti báňských tažných řetězů, které byly uskutečněny již v roce 1829 německým báňským inženýrem Albertem. Pro únavové zkoušky byl zhotoven stroj s vodním pohonem.



Jedním z prvních příkladů únavového porušení v praxi byly nápravy železničních vozů. Problematikou se zabýval v období roků 1852 až 1870 německý železniční inženýr **August Wöhler**, který organizoval první systematické výzkumy únavy.



1... VZORKY BEZ VRUBŮ
2... VZORKY S OSTRÝMI VRUBY



V roce 1900 bylo již publikováno více než 80 prací, které se zabývaly únavovým porušením náprav železničních vozů, mostních konstrukcí, řetězů, zalomených hřídelí.

Ve 20. století byla problematika únavového porušování konstrukcí zkoumána a rozvíjena z mikroskopického i makroskopického hlediska až do dnešní podoby. Významnou roli přitom sehrál rozvoj výpočetní techniky, která umožnila inženýrům přesněji určovat únavovou životnost. Rozvoj lomové mechaniky v poslední době umožnil další pochopení procesu šíření únavových trhlin.

Únavové procesy jsou historicky studovány především v oblasti **strojírenské výroby**. Znalosti z oboru strojírenství však lze aplikovat pouze v omezené míře vzhledem ke specifikům stavebních ocelových konstrukcí – tvar konstrukcí, velikost nosných prvků, kvalita opracování povrchu, způsob zatěžování apod.

3. Únavový proces

3.1 Druhy únavového namáhání

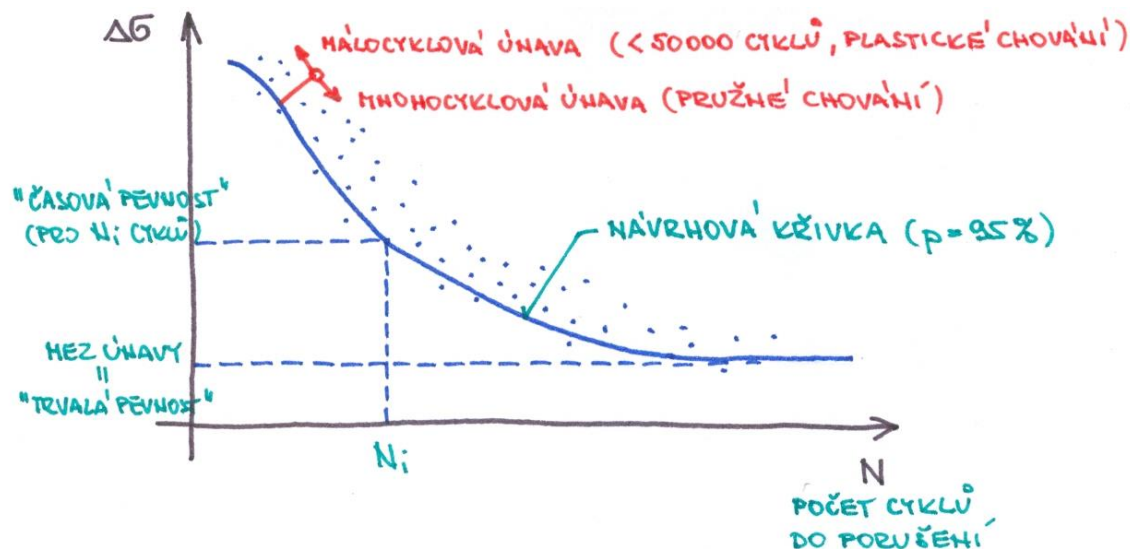
mnohocyklová únava

- deformace v každém kmitu je převážně pružná
- pro tento typ únavy jsou charakteristické nízké hodnoty nominálního napětí a vysoký počet kmitů do porušení konstrukce

málocyklová únava

- při kmitech vznikají velká plastická přetvoření
- pro tento typ únavy je charakteristický malý počet kmitů do porušení konstrukce

Rozhraní mezi málocyklovou a mnohocyklovou únavou je pozvolné, obvykle se udává hraniční hodnota 10^4 až 10^5 kmitů.



3.2 Popis únavového procesu

Únavové poškození konstrukce souvisí se vznikem **únavové trhliny**. Působením opakovaného zatížení dochází k růstu trhliny až do takové délky, kdy dojde k nepřekročitelnému oslabení konstrukce a k následnému lomu.

V rámci únavového procesu lze rozlišit **tři fáze vzniku a šíření trhliny**:

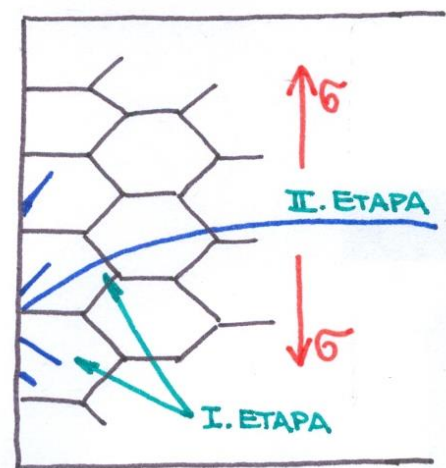
- a) stádium změny mechanických vlastností;
- b) I. etapa růstu trhliny (krystalografický růst trhliny = stádium nukleace trhliny);
- c) II. etapa růstu trhliny (nekrystalografický růst trhliny = stádium šíření trhliny)

V prvním stádiu se účinek opakovaného zatížení projeví pouze skrytě. V místě **vrbu** dochází k lokálním cyklickým plastickým deformacím a tím ke změnám vlastností materiálu – materiál se zpevňuje.

Po dosažení určitého počtu cyklů dojde k rozvoji nukleovaných trhlín o velmi malých rozměrech (2 až 3 krystalografická zrna). Toto stádium krystalografického růstu trhliny může reprezentovat značnou část celkové životnosti.

V II. etapě růstu trhliny se nukleované (zárodečné) trhlíny spojují do jedné magistrální trhliny, která je orientovaná kolmo ke směru maximálního tahového namáhání.

Při vysokém počtu kmitů do lomu (mnohocyklová únava) je pro životnost konstrukce rozhodující I. etapa růstu trhliny. Při vyšších rozkmitech napětí získává na významnosti II. etapa růstu trhliny – u málocyklové únavy představuje 30 až 50 % celkové životnosti.



Únavový proces lze obecně označit jako **kumulativní**, kdy každý zatěžovací cyklus přispívá (v různé míře) k šíření trhliny a tím k únavovému poškození konstrukce.

3.3 Rychlost šíření trhliny

Problematikou se zabývá disciplína **lomová mechanika**.

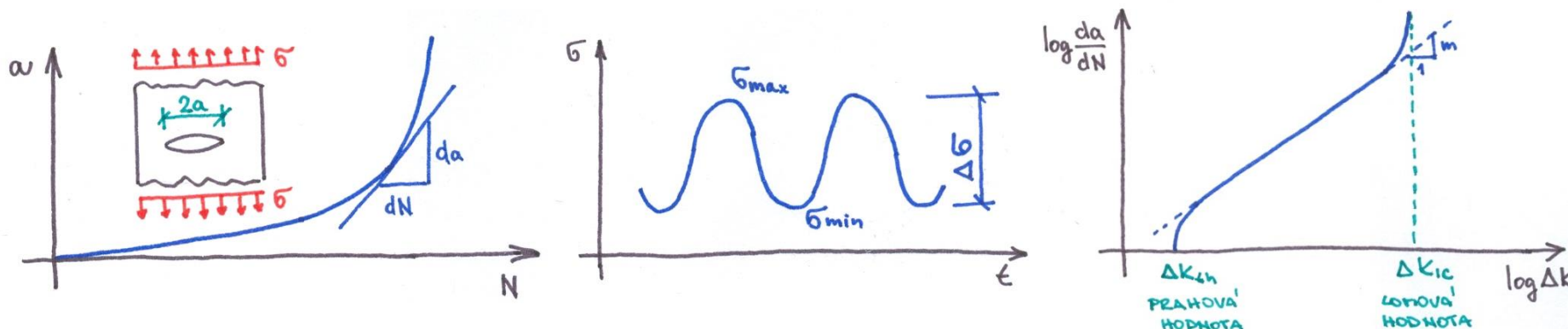
Pro rychlost šíření trhliny se nejčastěji používá rovnice **Paris-Erdogan** ve tvaru:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K)^m$$

kde N je počet kmitů;
 C a m jsou materiálové konstanty, určené z experimentů regresní analýzou;
 ΔK je **rozkmit součinitele intenzity napětí**:

$$\Delta K = \Delta \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot f(a)$$

kde a je poloviční šířka trhliny;
 $f(a)$ je korekční funkce závislá na tvaru trhliny a tělesa.



Na rychlost šíření trhliny mají převážně vliv:

- rozkmit napětí
- délka trhliny
- způsob namáhání (tah je nebezpečnější)
- geometrie prvku
- materiálové vlastnosti

Únavový proces mohou negativně ovlivnit také **další okolnosti**, především pak:

- koroze
- teplota (nízké teploty mohou snížit houževnatost oceli)
- stárnutí materiálu.

Poznámka k lomové mechanice:

*Pro stanovení počtu cyklů do porušení je potřeba znát velikost počáteční trhliny a rovněž velikost trhliny, která povede k porušení posuzovaného prvku – obě veličiny se získávají velmi komplikovaně, většinou jde o kvalifikované odhady. I když jsou výpočty odvozeny z mnoha těžce ověřitelných předpokladů, je **lomová mechanika** dosud jedinou metodou použitelnou pro stanovení zbytkové životnosti konstrukce, na které se po určité době používání objevila trhlina známé délky.*

*Pro **běžné posudky** nově navrhovaných konstrukcí se lomová mechanika obvykle nevyužívá a vychází se z **Wöhlerovské koncepce únavy**.*

3.4 Vrubý

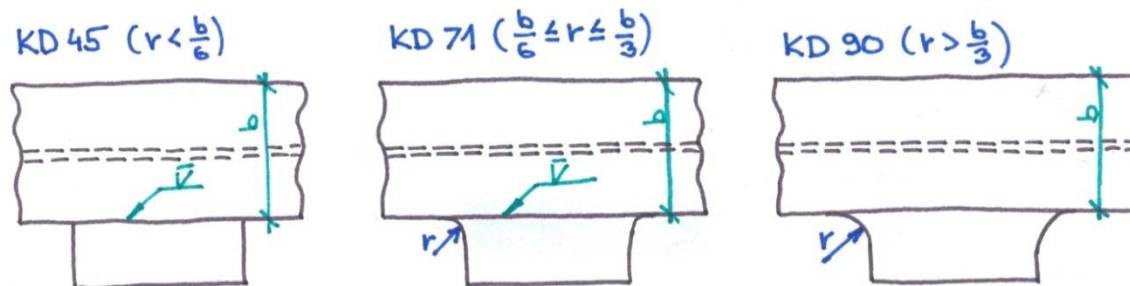
Vrub je místo v konstrukci, kde lokálně působí **zvýšené napětí ve srovnání s okolním materiálem**.

V oblasti vrubů dochází při únavovém procesu ke vzniku iniciačních trhlin.

Jako vruby mohou působit:

- náhlé změny geometrie vzorku (zářezy, zúžení, rozšíření, otvor);
- defekty v materiálu nebo ve svarech;
- povrchové vady materiálu (vrypy, rýhy, korozní důlky, neopracovaný povrch svaru, otřepy atd.);
- vlastní pnutí (především tahová).

Počet cyklů potřebných vedoucích k lomu je odvislý od typu vrubů. Typické a často používané konstrukční detaily jsou uvedeny v normě ČSN EN 1993-1-9, přičemž k těmto detailům jsou přiřazeny vhodné Wöhlerovy křivky. U netypických detailů je potřeba vhodnou Wöhlerovu křivku odvodit na základě experimentů.



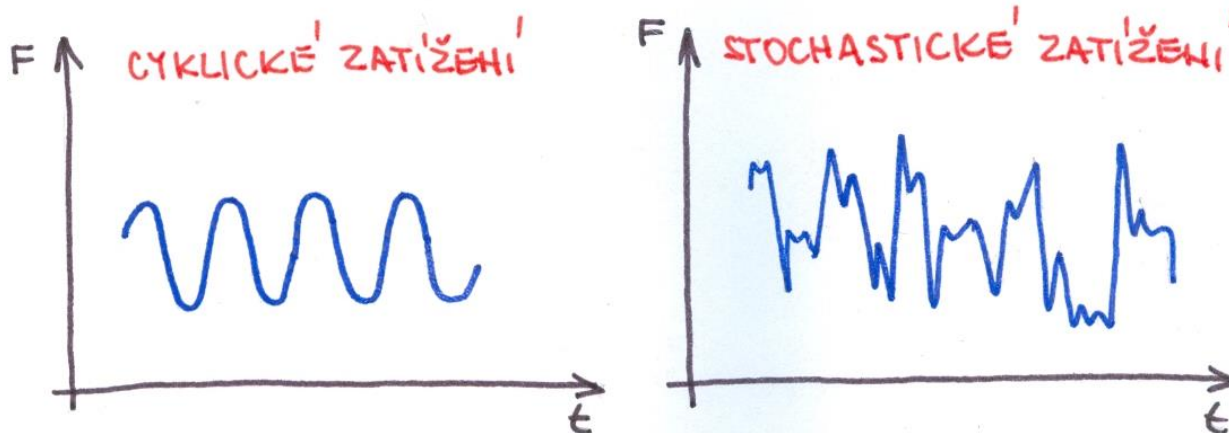
Oceli **vyšší pevnosti** jsou ve srovnání s ocelí S235 více citlivé na vrubové účinky. U konstrukčních detailů s výraznějšími vruby je únavová pevnost kvalitnějších ocelí v podstatě stejná jako u oceli S235. S rostoucí kvalitou oceli se zvyšuje jejich únavová pevnost pouze u prvků s minimálními vruby (např. u hladkých tyčí bez vrubů).

4. Zatížení a účinky zatížení při únavovém namáhání konstrukcí

4.1 Zatížení

Zatížení je potřebné z hlediska únavového procesu charakterizovat jeho **historií**, tj. časovým průběhem za období předpokládané životnosti konstrukce.

Pouze u některých konstrukcí lze očekávat pravidelné cyklické zatížení (konstrukce pod některými cyklicky pracujícími stroji). Většina stavebních konstrukcí je však zatěžována nepravidelně – **stochasticky** (mostní konstrukce, jeřábové dráhy, stožáry).

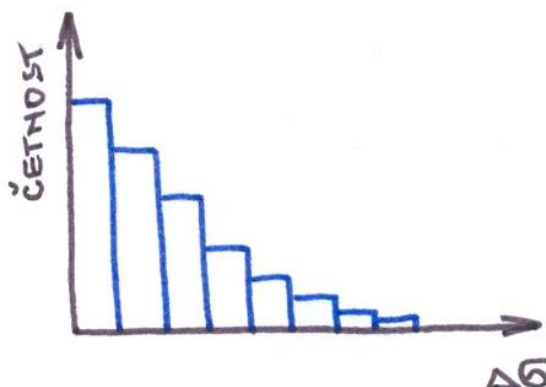


4.2 Spektrum rozkmitu napětí

Pro působení konstrukce je důležitější než samotné zatížení odezva konstrukce na zatížení, která je vyjádřena příslušnými **účinky zatížení** – obvykle napětí v nejvíce ohrožených místech konstrukce.

Odezvu konstrukce na opakovaná zatížení lze vyjádřit pomocí **spekter rozkmitu napětí**, která udávají počty cyklů napětí o určité velikosti za časovou jednotku (směna, den, rok atd.).

Spektra rozkmitu napětí jsou známa a normově fixována pro silniční a železniční mosty. Spektra pro mosty obsahují velké množství cyklů vyvolující malou odezvu a malé množství cyklů vedoucích k vysokým hodnotám účinků zatížení. Takovéto spektrum odpovídá přejezdu velkého počtu lehkých vozidel a menšímu počtu přejezdů těžkých vozidel.



Pokud nejsou spektra rozkmitu napětí obecně známa. Spektrum napětí lze obecně získat následujícím postupem:

Určení zatěžovacích bloků

Zatěžovací blok je typický průběh zatížení, opakující se n-krát v průběhu návrhové životnosti (například zatěžovací blok za jednu pracovní směnu na jeřábové dráze).

Určení historie napětí v detailu konstrukce

Výpočtem - Historie napětí se stanoví ze zatěžovacích bloků pro detaily konstrukce s uvážením typu a tvaru příslušné příčinkové čáry a dynamických účinků, které zvětšují odezvu konstrukce.

Měřením – obvykle měřením na podobných konstrukcích.

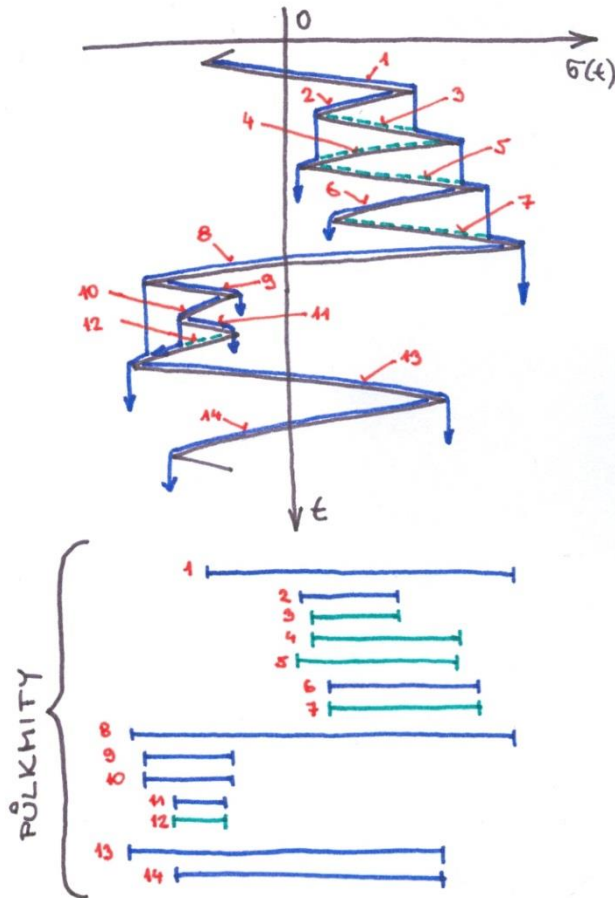
Aplikace třídících metod

Spektrum rozkmitu napětí se může vyhodnotit jednou z následujících metod:

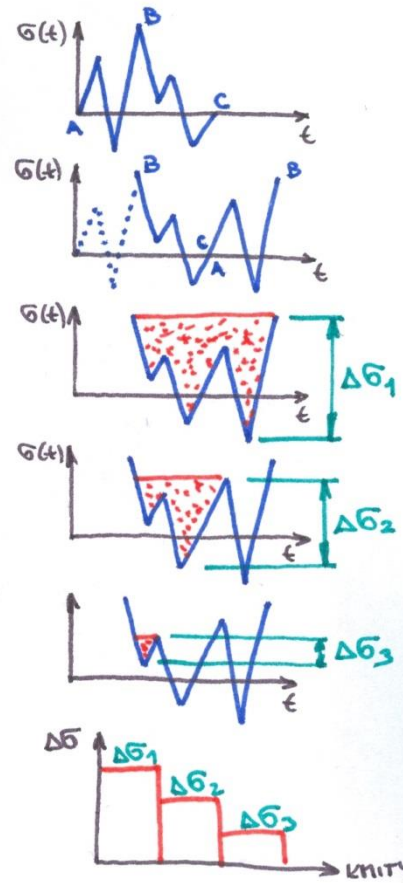
metoda stékajícího deště (Rain Flow)

metoda nádrže (Reservoir)

Metoda Rain Flow



Metoda Reservoir



5. Únavová pevnost

5.1 Experimentální vyšetřování

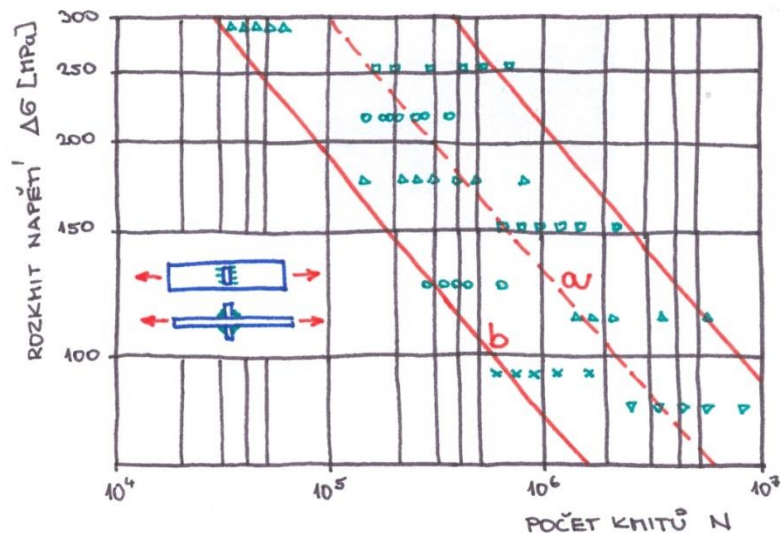
Cílem experimentálního vyšetřování je určení základních únavových charakteristik, tj. **únavových křivek** a **mezí únavy**.

Počet zkušebních těles pro stanovení únavových křivek je různý a závisí na charakteru požadovaných informací, které má únavová křivka poskytnout. Nejméně se používá 10 zkušebních tyčí vyrobených ze stejného materiálu, stejnou technologií výroby, se stejnou povrchovou úpravou a s totožnými rozměry.

Experimentální vzorky se zkoušejí na pulzátorech.

Údaje získané únavovými zkouškami se graficky znázorňují do diagramů, kde se na svislou osu vynáší hodnoty rozkmitu napětí (v lineární nebo logaritmické stupnici) a na vodorovnou osu se vynáší příslušné hodnoty životnosti, vyjádřené počtem kmitů v logaritmické stupnici.

Výsledkem grafického znázornění jsou **únavové (Wöhlerovy) křivky**, vzniklé proložením experimentálně získanými body. Křivky se zpracovávají regresní analýzou – zvolená pravděpodobnost přežití je obvykle 95 %.



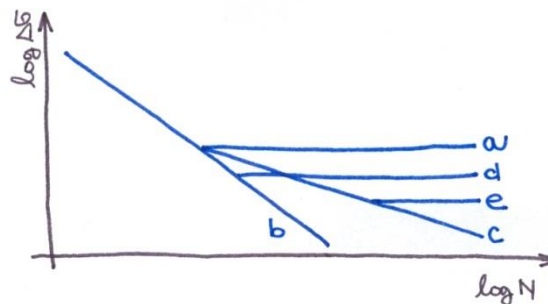
a... STŘEDNÍ HODNOTA
b... PRAVDĚP. 95%

Takto získané **Wöhlerovy křivky** mohou být dále upraveny několika způsoby:

a - na šikmou část (časová pevnost) navazuje **mez únavy**;

b - časová pevnost bez omezení (konzervativní postup);

c, d, e – uspořádání Wöhlerovy křivky, které dovoluje přihlédnout k vlivu velkého počtu kmitů s rozkmitem napětí menším, než je mez únavy při konstantní amplitudě (uplatní se u širších spekter rozkmitu napětí).



5.2 Analytické vyjádření Wöhlerovy křivky

Odvození rovnice Wöhlerovy křivky:

$$\tan m \cong m$$

$$m = \frac{\log \frac{N_0}{N}}{\log \frac{\Delta \sigma}{\Delta \sigma_0}}$$

$$m \cdot \log \frac{\Delta \sigma}{\Delta \sigma_0} = \log \frac{N_0}{N}$$

$$m \cdot (\log \Delta \sigma - \log \Delta \sigma_0) = \log N_0 - \log N$$

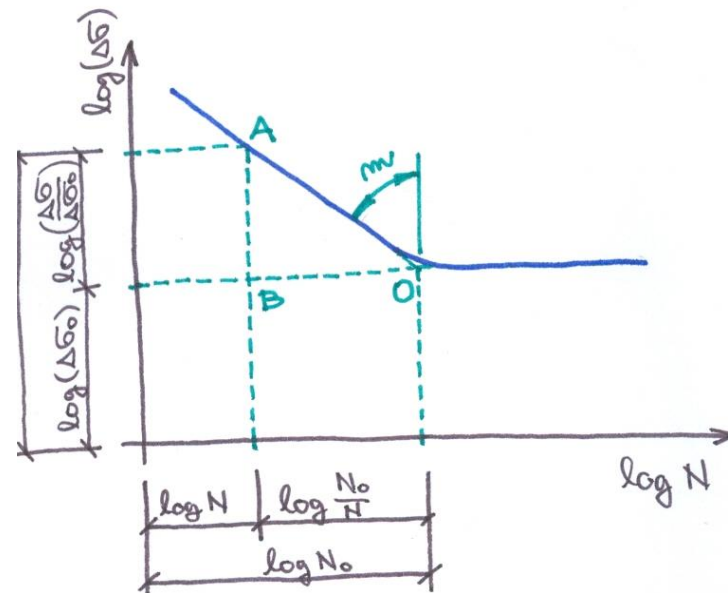
$$\log N = (\log N_0 + \log \Delta \sigma_0^m) - \log \Delta \sigma^m$$

$$\log N = \log (N_0 \cdot \Delta \sigma_0^m) - \log \Delta \sigma^m$$

$$a = N_0 \cdot \Delta \sigma_0^m$$

$$\log N = \log a - \log \Delta \sigma^m$$

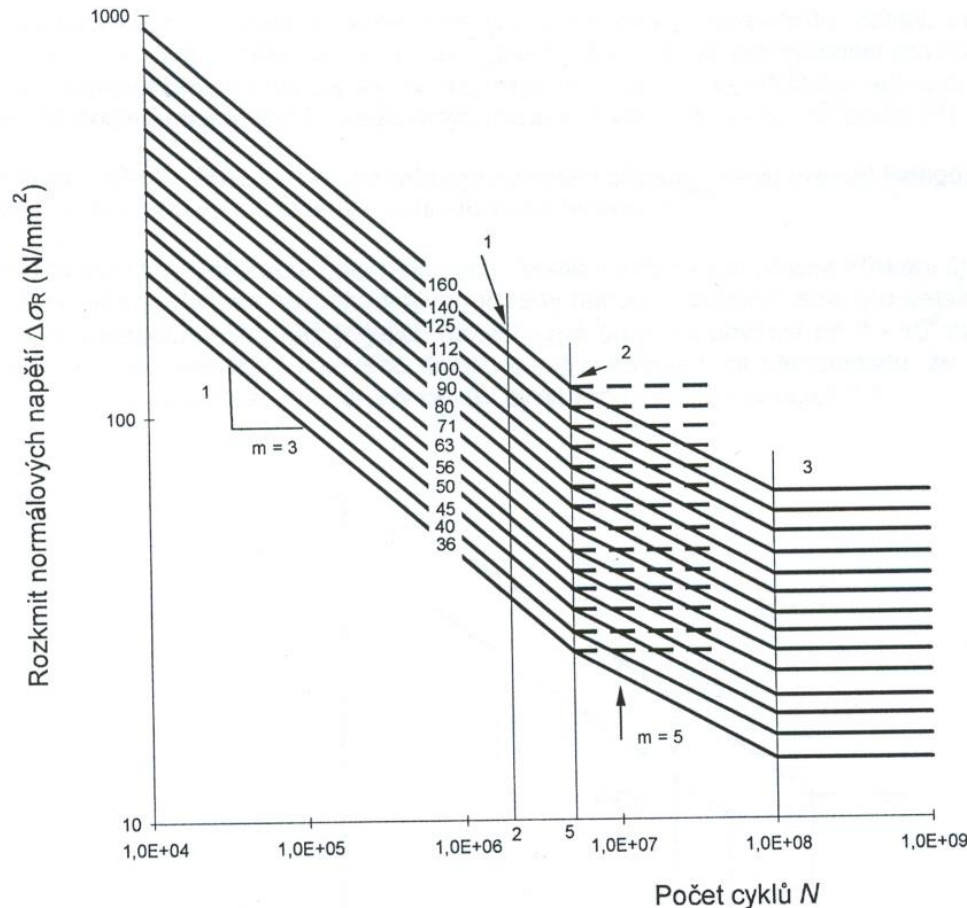
$$N = a \cdot \Delta \sigma^{-m} \dots \text{rovnice Wöhlerovy křivky}$$



kde $\Delta \sigma$ je rozkmit normálového napětí;
 N počet kmitů do porušení;
 m konstanta sklonu křivky únavové pevnosti;
 $m = 3$ pro $N \leq 5 \cdot 10^6$ kmitů;
 $m = 5$ pro $N > 5 \cdot 10^6$ kmitů;
 a konstanta.

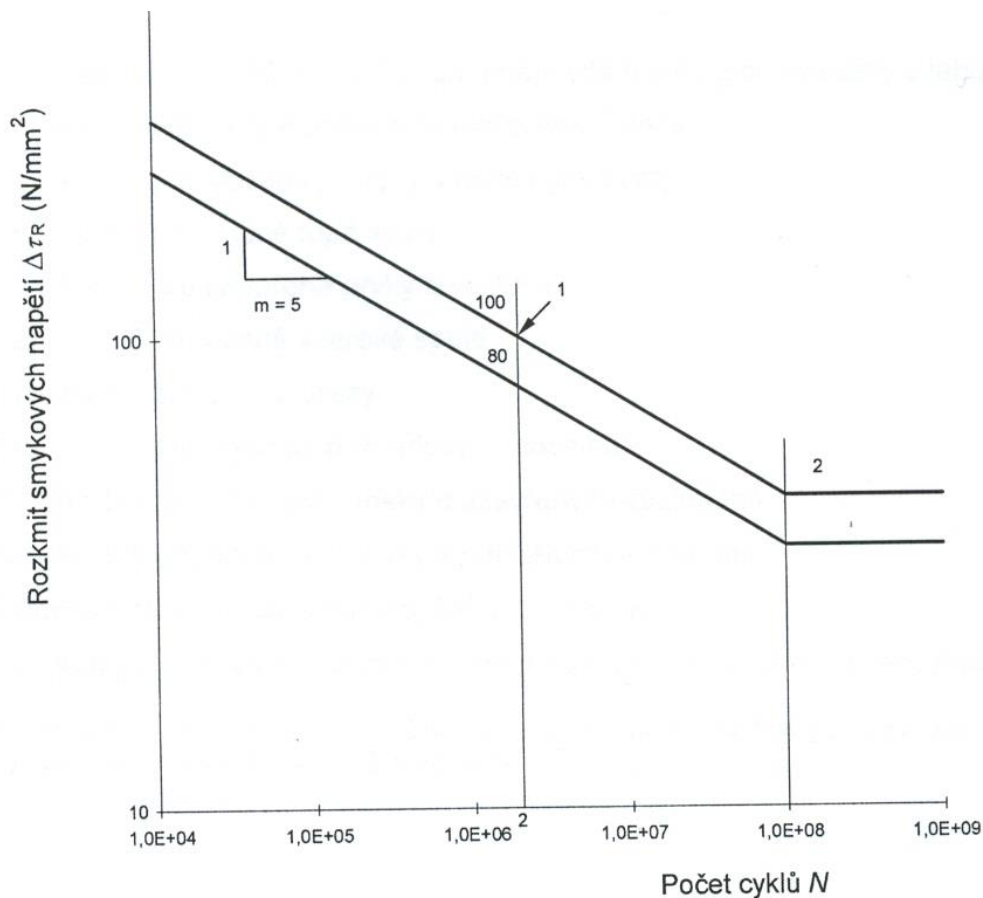
5.3 Únavová pevnost podle EN 1993-1-9

Pro rozkmity **normálových jmenovitých napětí** je v normě EN 1993-1-9 uveden soubor 14 **S-N křivek** (křivky únavové pevnosti, Wöhlerovy křivky).



- 1 Kategorie detailu $\Delta\sigma_C$
- 2 Mez únavy při konstantní amplitudě $\Delta\sigma_D$
- 3 Prahový rozkmit napětí $\Delta\sigma_L$

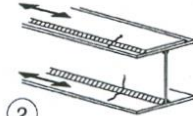
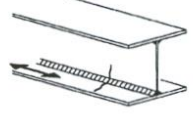
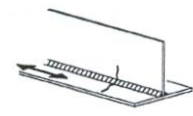
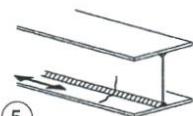
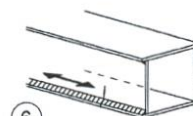
Únavová pevnost pro rozkmity **smykových napětí** je v normě EN 1993-1-9 určena dvěma S-N křivkami.



Kategorie detailu $\Delta\sigma_c$ nebo $\Delta\tau_c$ jsou pro obvyklé typy detailů uvedeny v klasifikačních tabulkách konstrukčních detailů.

vybraná část tabulky z ČSN EN 1993-1-9

Tabulka 8.2 – Složené průřezy s podélnými svary

Kategorie detailu	Konstrukční detail	Popis	Požadavky
125	 	<u>Nepřerušované podélné svary:</u> 1) Automatové oboustranné tupé svary. 2) Automatové koutové svary. Konce krycích desek se kontrolují jako detail 6) nebo 7) v tabulce 8.5.	<u>Detaily 1) a 2):</u> Nejsou povolena žádná přerušení svařování s výjimkou oprav provedených specialistou, u kterých kontrola potvrdí správnost provedení opravy.
112	 	3) Automatové oboustranné koutové nebo tupé svary s místy přerušení svařování. 4) Automatové jednostranné svary provedené na spojitě podložce bez míst přerušení svařování.	4) Jestliže tento detail obsahuje místa přerušení svařování, použije se kategorie detailu 100.
100	 	5) Ruční koutové nebo tupé svary. 6) Ruční nebo automatové jednostranné tupé svary, zvláště u truhlíkových nosníků.	5), 6) Je důležité velmi dobré slícování pásnice a plechu stojiny. Úprava hrany stojiny musí umožnit dobrý souvislý průvar kořenové oblasti.

Odvození meze únavy $\Delta\sigma_D$ pro konstantní amplitudu:

$$N_C = a \cdot \Delta\sigma_C^{-m} \quad \Rightarrow \quad a = N_C \cdot \Delta\sigma_C^m$$

$$N_D = a \cdot \Delta\sigma_D^{-m} \quad \Rightarrow \quad \underline{a = N_D \cdot \Delta\sigma_D^m}$$

$$\Delta\sigma_D^m = \frac{N_C}{N_D} \Delta\sigma_C^m$$

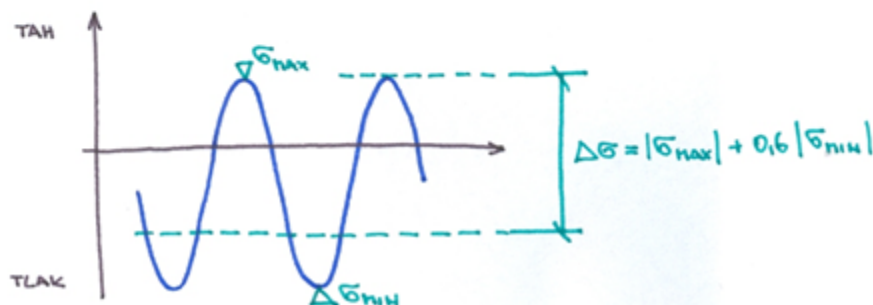
$$\Delta\sigma_D = \sqrt[m]{\frac{N_C}{N_D}} \cdot \Delta\sigma_C = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^6}} \cdot \Delta\sigma_C = \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \Delta\sigma_C = 0,737 \cdot \Delta\sigma_C$$

Obdobným způsobem je možno odvodit i prahový rozkmit napětí $\Delta\sigma_L$:

$$\Delta\sigma_L = \sqrt[m]{\frac{N_D}{N_L}} \cdot \Delta\sigma_D = \sqrt[5]{\frac{5 \cdot 10^6}{100 \cdot 10^6}} \cdot \Delta\sigma_D = 0,549 \cdot \Delta\sigma_D$$

Nesvařované detaily nebo svařované detaily žíhané na snížení úrovně zbytkových napětí:

Účinný rozkmit napětí se může vypočítat jako součet tahové části rozkmitu napětí a 60 % velikosti tlakové části rozkmitu napětí.



6. Posouzení na únavu

6.1 Všeobecně

Posudek musí prokázat, že se konstrukce s velmi vysokou pravděpodobností neporuší nebo se nebude muset po celou dobu návrhové životnosti opravovat v důsledku únavového poškození.

Další ustanovení vycházejí z předpokladu, že jmenovitá napětí v materiálu budou menší než mez kluzu. Pro rozkmity napětí pak musí platit:

$$\Delta\sigma \leq 1,5 f_y \quad \text{pro rozkmit normálových napětí}$$

$$\Delta\tau \leq 1,5 f_y / \sqrt{3} \quad \text{pro rozkmit smykových napětí}$$

Posuzovaná konstrukce rovněž nesmí být vystavena vysokým teplotám (více než 150 °C) a zároveň nesmí být konstrukce výrazně zkorodovaná (hloubka korozní jamky musí být menší než 1 mm).

Posudek konstrukce se provede v závislosti na **charakteru namáhání**:

- a) **namáhání s konstantní amplitudou**
- b) **namáhání s proměnnou amplitudou** (od stochastického zatížení):
 - posudek kumulativní hypotézou (obvykle Palmgren-Miner)
 - posudek s ekvivalentním rozkmitem napětí

6.2 Dílčí součinitelé spolehlivosti

Napětí se mají vypočítat pro mezní stav použitelnosti. **Dílčí součinitel zatížení při posudku na únavu $\gamma_{Fr} = 1,00$.**

Doporučené hodnoty **dílčích součinitelů únavové pevnosti γ_{Mf}** závisí na **metodě hodnocení konstrukce**:

- a) metoda přípustných poškození
- b) metoda bezpečné životnosti

Metodu přípustných poškození lze použít u konstrukcí, u kterých jsou po celou dobu návrhové životnosti zajištěny předepsané kontroly, údržba a opravy. Metodu lze využít pouze u konstrukcí vnitřně staticky neurčitých, u kterých může dojít k redistribuci zatížení při únavovém poškození některé z nosných částí. Materiál pro konstrukci musí být zvolen v souladu s EN 1993-1-10.

Metoda bezpečné životnosti se použije u konstrukcí bez pravidelných kontrol. Metoda se má rovněž uplatnit v případech, kdy vznik lokální trhliny v jedné části může rychle vést k porušení nosného prvku nebo celé konstrukce.

Doporučené hodnoty γ_{Mf}

Metoda hodnocení	Důsledky porušení	
	mírné	závažné
Přípustná poškození	1,00	1,15
Bezpečná životnost	1,15	1,35

6.3 Namáhání s konstantní amplitudou

Tento typ únavového namáhání vyvozují zpravidla točivé stroje apod.

Konstrukce vyhovuje, je-li v posuzovaném místě splněno:

$$\gamma_{FF} \Delta\sigma \leq \frac{\Delta\sigma_R}{\gamma_{MF}}$$

kde $\Delta\sigma$ je působící rozkmit napětí,
 $\Delta\sigma_R$ únavová pevnost vypočítaná pro známý počet cyklů N

Posouzení se provádí pouze, pokud je splněna podmínka:

$$\gamma_{FF} \Delta\sigma > \frac{\Delta\sigma_R}{\gamma_{MF}} \text{ (rozkmit napětí je větší než mez únavy při konstantní amplitudě)}$$

Výpočet únavové pevnosti pro známý počet cyklů N :

$$N = a \cdot \Delta\sigma_R^{-m} \quad \Rightarrow \quad a = N \cdot \Delta\sigma_R^m$$

$$N_c = a \cdot \Delta\sigma_c^{-m} \quad \Rightarrow \quad \underline{a = N_c \cdot \Delta\sigma_c^m}$$

$$\Delta\sigma_R^m = \frac{N_c}{N} \Delta\sigma_c^m$$

$$\Delta\sigma_R = \sqrt[m]{\frac{N_c}{N}} \cdot \Delta\sigma_c = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 10^6}{N}} \cdot \Delta\sigma_c$$

6.4 Kumulatívni hypotéza Palmgren-Miner

Postup je založen na **lineárni kumulaci poškození**:

- Každý rozkmit napětí $\Delta\sigma_i$ z posuzovaného spektra rozkmitů napětí způsobí dílčí poškození D_i , pro které platí:

$$D_i = \frac{n_i}{N_i}$$

kde n_i je počet cyklů s rozkmitem napětí $\Delta\sigma_i$ v části i posuzovaného spektra za celou dobu návrhové životnosti,

N_i počet cyklů s rozkmitem $\gamma_{Ff} \cdot \gamma_{Mf} \cdot \Delta\sigma_i$, který by bylo potřeba k porušení zkoumaného detailu.

- Celkové poškození D_d během návrhové životnosti konstrukce se může vypočítat ze vztahu:

$$D_d = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i}.$$

- Kritérium kumulace poškození:

$$D_d \leq 1,0.$$

Odvození počtu cyklů do porušení:

$$N_i = a \cdot \Delta\sigma_i^{-m} \quad \Rightarrow \quad a = N_i \cdot \Delta\sigma_i^m$$

$$N_D = a \cdot \Delta\sigma_D^{-m} \quad \Rightarrow \quad \underline{a = N_D \cdot \Delta\sigma_D^m}$$

$$N_i = N_D \left(\frac{\Delta\sigma_D}{\Delta\sigma_i} \right)^m = 5 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{\Delta\sigma_D}{\Delta\sigma_i} \right)^m \quad \dots \text{vztah platí pro část křivky s } m=3 \text{ i } m=5.$$

Po dosazení dílčích součinitelů:

a) je-li $\gamma_{Ff} \gamma_{Mf} \Delta\sigma_i \geq \Delta\sigma_D$, pak

$$N_i = 5 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{\Delta\sigma_D}{\gamma_{Ff} \gamma_{Mf} \Delta\sigma_i} \right)^3$$

b) je-li $\Delta\sigma_D \geq \gamma_{Ff} \gamma_{Mf} \Delta\sigma_i \geq \Delta\sigma_L$, pak

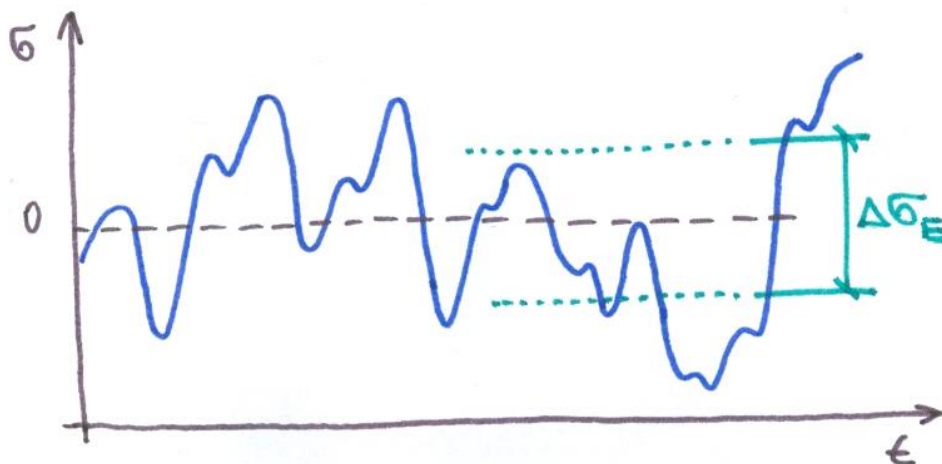
$$N_i = 5 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{\Delta\sigma_D}{\gamma_{Ff} \gamma_{Mf} \Delta\sigma_i} \right)^5$$

c) je-li $\Delta\sigma_L \geq \gamma_{Ff} \gamma_{Mf} \Delta\sigma_i$, pak

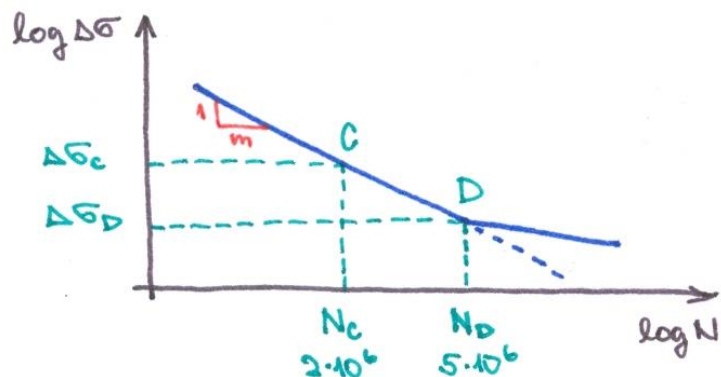
$$N_i = \infty.$$

6.5 Ekvivalentní konstantní rozkmit napětí

Pro praktické projektování může být výhodné stanovit **ekvivalentní rozkmit napětí**, pro který platí, že celkový počet kmitů o tomto rozkmitu způsobí stejné poškození na únavu jako zadané spektrum.



Ekvivalentní konstantní rozkmit napětí při jednom sklonu křivky



Odvození:

Rovnice Wöhlerovy křivky:

$$N_i = a \cdot \Delta\sigma_i^{-m}$$

$$N_E = a \cdot \Delta\sigma_E^{-m}$$

Wöhlerovy rovnice dosadíme do vztahu pro kumulaci poškození:

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{a \cdot \Delta\sigma_i^{-m}} = \frac{1}{a} \cdot \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{\Delta\sigma_i^{-m}}$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i}{a \cdot \Delta\sigma_E^{-m}} = \frac{N_{\text{spektrum}}}{a \cdot \Delta\sigma_E^{-m}}$$

Z podmínky rovnosti kumulace poškození vyplývá:

$$\frac{1}{a} \cdot \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{\Delta\sigma_i^{-m}} = \frac{N_{\text{spektrum}}}{a \cdot \Delta\sigma_E^{-m}}$$

$$\sum_{i=1}^k n_i \Delta\sigma_i^m = \Delta\sigma_E^m \cdot N_{\text{spektrum}}$$

Ekvivalentní konstantní rozkmit napětí pro počet cyklů odpovídající celkovému počtu cyklů v použitém spektru:

$$\Delta\sigma_E = \left[\frac{\sum_{i=1}^k n_i \Delta\sigma_i^m}{N_{\text{spektrum}}} \right]^{\frac{1}{m}}$$

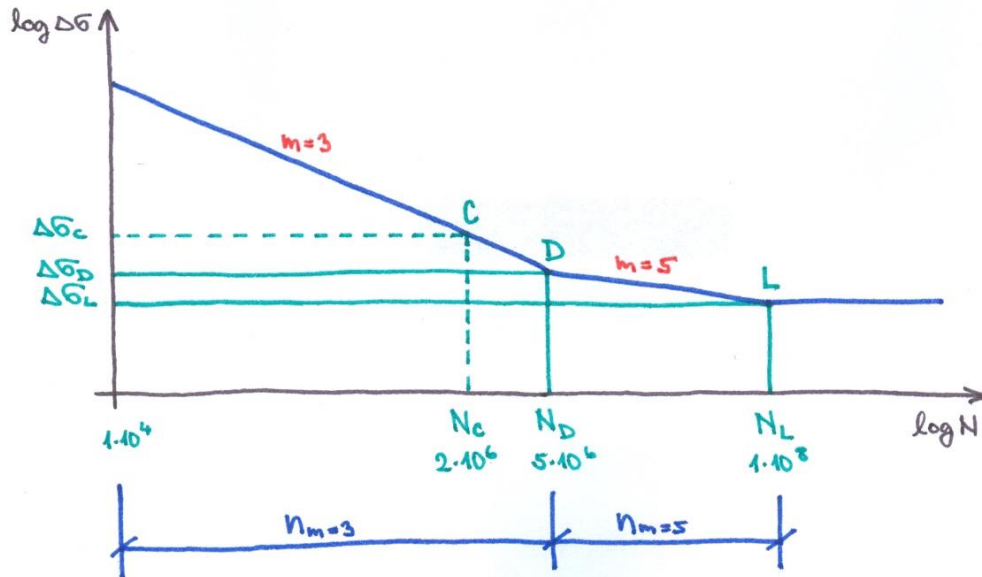
Z praktického hlediska je výhodné ekvivalentní konstantní rozkmit napětí vztáhnout k počtu kmitů charakterizujících kategorii detailu. **Ekvivalentní konstantní rozkmit napětí pro 2 miliony cyklů $\Delta\sigma_{E,2}$** se opět odvodí z podmínky rovnosti kumulace poškození:

$$\Delta\sigma_{E,2} = \left[\frac{\sum_{i=1}^k n_i \Delta\sigma_i^m}{N_C} \right]^{\frac{1}{m}} = \left[\frac{\sum_{i=1}^k n_i \Delta\sigma_i^m}{2 \cdot 10^6} \right]^{\frac{1}{m}}$$

Konzervativně lze při normálovém namáhání spočítat ekvivalentní konstantní rozkmit napětí pro 2 miliony cyklů podle křivky únavové pevnosti s jednotným sklonem $m = 3$:

$$\Delta\sigma_{E,2} = \left[\frac{\sum_{i=1}^k n_i \Delta\sigma_i^3}{2 \cdot 10^6} \right]^{\frac{1}{3}}$$

Ekvivalentní konstantní rozkmit napětí při dvou sklonech křivky



Lze odvodit vztahy:

$$\Delta\sigma_{E,2} = \sqrt[3]{(\Delta\sigma_{E,m=3})^3 + (\Delta\sigma_{E,m=5})^3}$$

$$(\Delta\sigma_{E,m=3})^3 = \frac{\sum_{i=1}^{k_{m=3}} n_i \Delta\sigma_i^3}{N_C}$$

$$(\Delta\sigma_{E,m=5})^3 = \frac{\sum_{i=1}^{k_{m=5}} n_i \Delta\sigma_i^5}{N_C \cdot \Delta\sigma_D^2}$$