



INTERREG V-A
SLOVENSKÁ REPUBLIKA
ČESKÁ REPUBLIKA



EURÓPSKA ÚNIA
EURÓPSKY FOND
REGIONÁLNEHO ROZVOJA

SPOLOČNE BEZ HRANÍC

Globálna analýza mostov

Lanové mosty

NÁZOV PROJEKTU:

**Podpora edukačných aktivít pre výchovu mladých odborníkov
v oblasti mostného staviteľstva v cezhraničnom regióne**

**VŠB TECHNICKÁ
UNIVERZITA
OSTRAVA**

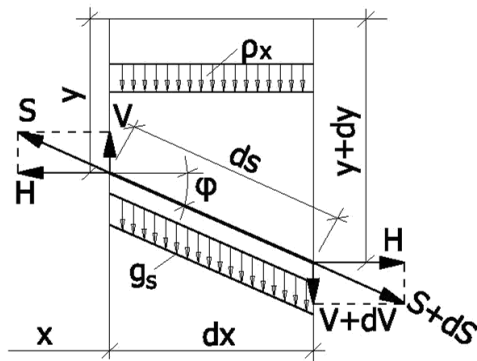


EDUMOS

Projekt je podporovaný z programu Interreg V-A Slovenská republika – Česká republika a spolufinancovaný z Európskeho fondu regionálneho rozvoja

Laná

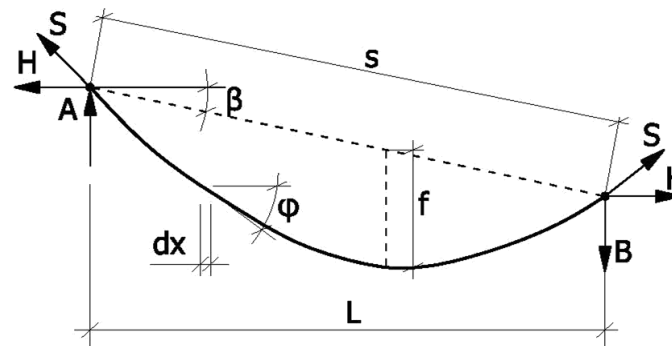
Teória pružného lana



- rovnováha elementu lana zaťaženého vlastnou tiažou g_s po dĺžke lana s a vonkajším zaťažením p_x po dĺžke x

$$ds = \sqrt{1 + y'^2} dx \quad H = S / \cos \varphi$$

$$H y'' + g_s \sqrt{1 + y'^2} dx + p_x = 0$$



- rovnovážny tvar zo vzťahu medzi zaťažením lana, vodorovnou zložkou H osovej sily N v lane a súradnicou y ľubovoľného bodu lana, meranej zvislo od spojnice podporových bodov lana o vzdialenosti L

$$M = \bar{M} - H y = 0$$

Laná

Teória pružného lana

- Statika lana sa tak od analýzy prúta (v teórii I rádu) významne líši tým, že pri každej zmene vonkajšieho zaťaženia je potrebné zistiť rovnovážny stav (t.j. tvar lana).
- V mostných konštrukciách, kde vzhľadom k malým previsom lán $f = (1/8)L$ až $(1/12)L$ (aj to iba pri visutých mostoch) zavádzame nasledujúce zjednodušenia

- 1) pri priehybe lana sa bod lana premiestňuje iba zvislo (vodorovný posun sa teda zanedbáva)

$$dy \doteq 0, ds \approx dx \longrightarrow \sqrt{1 + y'^2} dx = \sqrt{1 + y^2}$$

- 2) zanedbáva sa aj odchýlka sklonu lana od sklonu tetivy na elemente lana

$$\cos \varphi \doteq \cos \beta \longrightarrow g_s \sqrt{1 + y^2} + p_x = g_0 / \cos \beta + p_x = q_x$$

POTOM: $H y'' + q_x = 0$

Laná

Teória pružného lana

Riešením je $y = \frac{M_x}{H} + \frac{h}{L}x$ kde M_x je moment na prostom nosníku AB od q_x

Pre rovnomerne zaťažené lano je tvarom lana **kvadratická parabola**, potom

Maximálny priehyb lana po celej dĺžke

$$f = \frac{q_x L^2}{8H}$$

Východisková dĺžka lana $L_0 = \int_0^L \sqrt{1 + y'^2} dx$

...vyjadríme pomocou binomického radu

$$L_0 = \frac{L}{\cos \beta} \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{f}{L} \right)^2 \cos^4 \beta - \frac{32}{5} \left(\frac{f}{L} \right)^4 \cos^8 \beta + \frac{257}{7} \left(\frac{f}{L} \right)^6 \cos^{12} \beta - \dots \right]$$

čím menší je previs, tým menší počet členov je potrebné brať do úvahy

pre aplikáciu v mostoch tak postačí brať prvé 3 členy radu

Ak dôjde k zmene zaťaženia o Δq_x alebo k zmene vzdialenosti podporových bodov o ΔL , zmení sa aj veľkosť vodorovnej sily o ΔH a previs o Δf .

Laná

Teória pružného lana

Pre lano **zaťažené vlastnou tiažou** zavedieme

- špecifickú - jednotková tiaž v N/mm^3 $w = g / A$
- počiatkové napätie v lane od vlastnej tieže $\sigma_0 = H_g / A \cos \beta$

Priehyb $f_0 = \frac{g L^2}{8 H_g} = \frac{w s_0^2}{8 \sigma_0}$

$N = H_N / \cos \beta$

Ak priťažíme lano silou

$$f = f_0 \frac{H_g}{H_g + H_N} = f_0 \frac{\sigma_0}{\sigma_0 + \sigma_N}$$

- Previs lana klesne na hodnotu
- A pre posun konca lana môžeme písať $\Delta = \Delta_N + \Delta_f$
- Po dosadení prvých dvoch členov z rovnice pre dĺžku lana obdržíme

$$\Delta = \frac{\sigma_N}{E} s_0 + \frac{w^2 s_0^2 \cos^2 \beta (2\sigma_0 + \sigma_N)}{24\sigma_0 (\sigma_0 + \sigma_N)^2} s_0 = s_0 \sigma_N \left(\frac{1}{E} + \frac{w^2 l_0 (2\sigma_0 + \sigma_N)}{24\sigma_0 (\sigma_0 + \sigma_N)^2} \right) = \frac{s_0 \sigma_N}{E'}$$

Zavesené mosty - Analýza

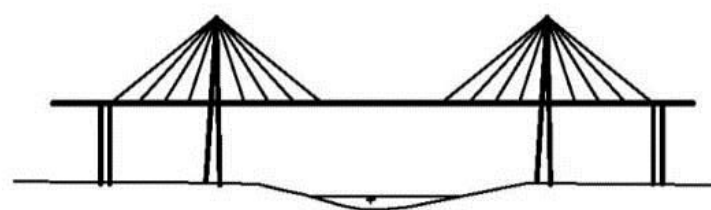
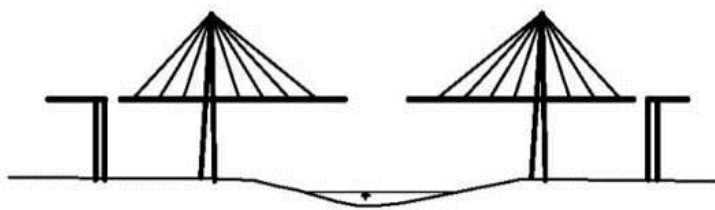
Všeobecne

Analýzu a posúdenia:

- dočasnej fázy pri výstavbe
- trvalej prevádzky po zhotovení konštrukcie

V dočasnej fáze v procese výstavby

- tvarovanie lán, predpínanie a montážne postupy
- splnená podmienka požadovaného geometrického tvaru mostnej konštrukcie
- podmienka rozdelenia stálych napätí, ktoré zodpovedajú podmienkam medzných stavov únosnosti a použiteľnosti pre všetky návrhové situácie.



Zavesené mosty - Analýza

Všeobecne

Pre trvalé návrhové situácie

- jedno stále zaťaženie (G+P) !
- nelineárne účinky spôsobené deformáciami vyplývajúce z účinkov reťazovky sa uvažujú pomocou účinného modulu pružnosti

$$E_t = \frac{E}{1 + \frac{w^2 \ell^2}{12 \sigma^3} E}$$

- E je modul pružnosti priameho lana v N/mm²
 w je jednotková tiaž v N/mm³ podľa tabuľky 2.2 z STN EN 1993-1-11
 ℓ je vodorovné rozpätie lana (priemet lana na vodorovnú os) v mm
 σ je napätie v priereze lana v N/mm²

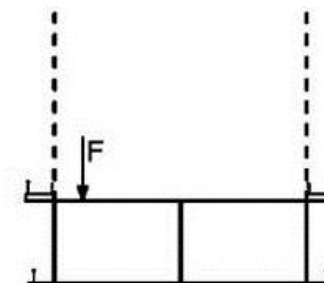
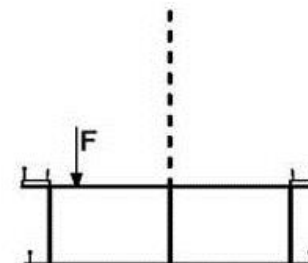
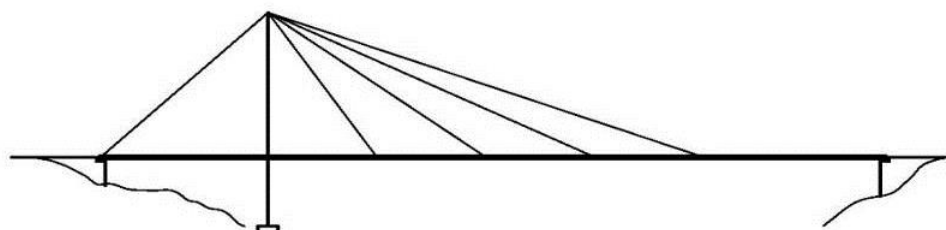
Pre analýzu 2. rádu účinkov premenných zaťažení

- uvažuje sa počiatočný geometrický tvar konštrukcie od stáleho zaťaženia (G+P) pre danú teplotu T_0

Zavesené mosty - Analýza

Zjednodušená globálna analýza

Excentrické zaťaženie môžeme rozdeliť na zaťaženie centrické, pôsobiace v strede šmyku prierezu trámu a krútiaci moment



Zavesené mosty - Analýza

Zjednodušená globálna analýza

- t.j. nosník podopretý **tuhými a poddajnými** podporami
- poddajnosť podpôr je daná pružným predĺžením lán a zmenou ich previsu pri zmene osovej sily – **nelineárna poddajnosť**
- nelinearita závisí od prierezu lana, na jeho sklone a na jeho predpätí
- zvyšovaním tuhosti trámu nedochádza k výraznému zmenšeniu priehybov, ale naopak narastajú ohybové momenty
- t.j. voliť **výšku** (tuhosť) **trámu** čo najmenšiu - požiadavky z hľadiska maximálnych prípustných priehybov a dynamických účinkov zaťaženia
- **statická neurčitost'** daná:
 - počtom podpôr trámu mostovky,
 - počtom závesných lán,
 - spôsobom uloženia lán na pylóne (posuvne, pevne),
 - spôsobom kotvenia pylónu (votknutie, kĺbové uloženie).
- statický výpočet aj so zavedenými predpokladmi **náročný** a veľmi ťažko realizovateľný bez výpočtovej techniky

Zavesené mosty - Analýza

Zjednodušená globálna analýza

- vychádzame z predpokladu, že šikmé závesy sú dostatočne predpäté a že aj pri vzniku možných tlakových síl stále bude v závesoch ťah
- potom môžeme **považovať laná za tuhé priame prúty**, schopné prenášať osovú silu obidvoch znamienok
- napr. **silovou metódou** - v závislosti od statickej neurčitosti sústavy uvoľníme potrebné množstvo väzieb a získame statickú určitú sústavu, pre ktorú zostavíme systém deformačných podmienok
- riešením sústavy rovníc získame staticky neurčité sily X_i
- pri zanedbaní vplyvu priečných síl dostávame

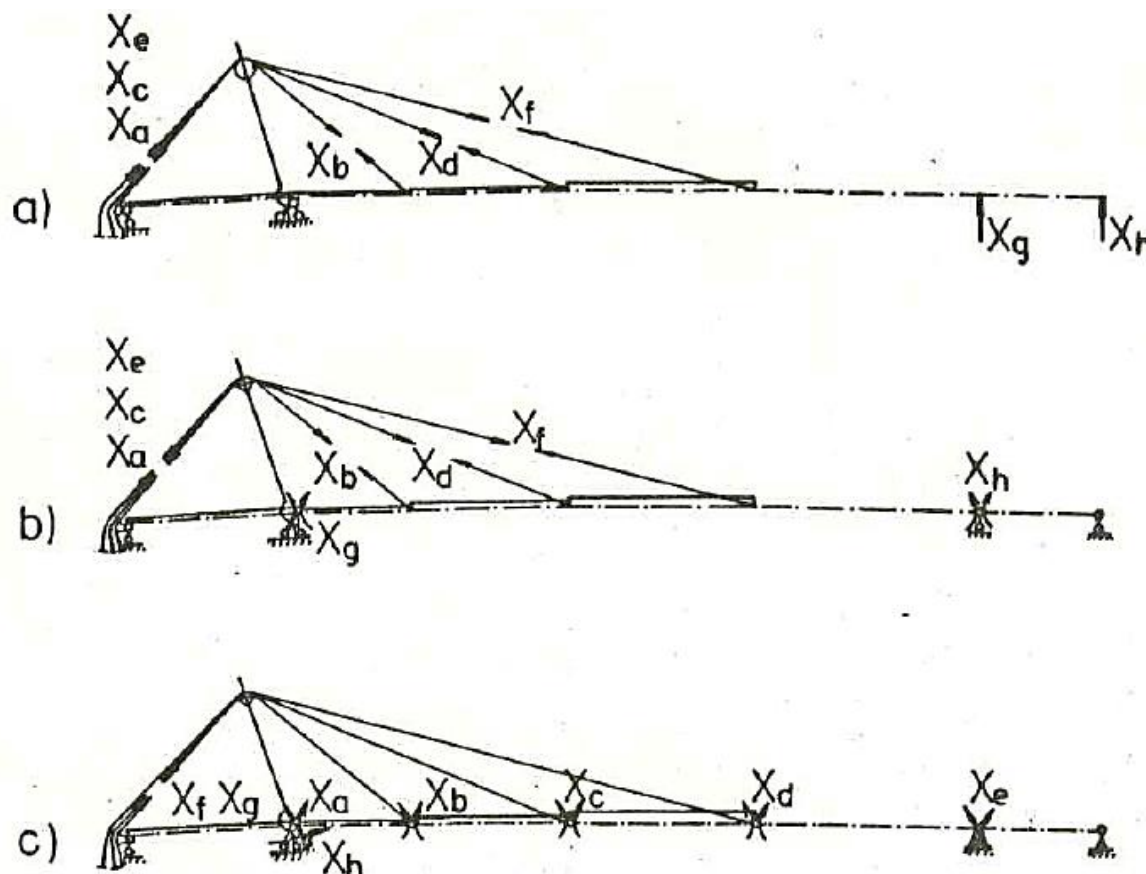
$$\delta_{ij} = \int_0^L \frac{M_i M_j}{E_n I} dx + \int_0^L \frac{N_i N_j}{E_n A} dx + \sum \frac{S_i S_j}{E_1 A_{1,i}}$$

- riešením rovnice δ_{ij} získame sily X_i

Zavesené mosty - Analýza

Zjednodušená globálna analýza

Možné voľby ZUS



Zavesené mosty - Analýza

Priestorové výpočtové modely

- dnes najčastejšie a najefektívnejšie
- neustálou snahou o spresňovanie výpočtového modelu najmä v oblasti detailov sa nemusíme vždy dopracovať k presnejším výsledkom
- voľba výpočtového modelu a typu globálnej analýzy závisia od priestorovej zložitosti mostnej konštrukcie, náročnosti uzlov, zaťaženia i imperfekcií
- modelovanie trámu a pylónu - **klasika**

Model lán

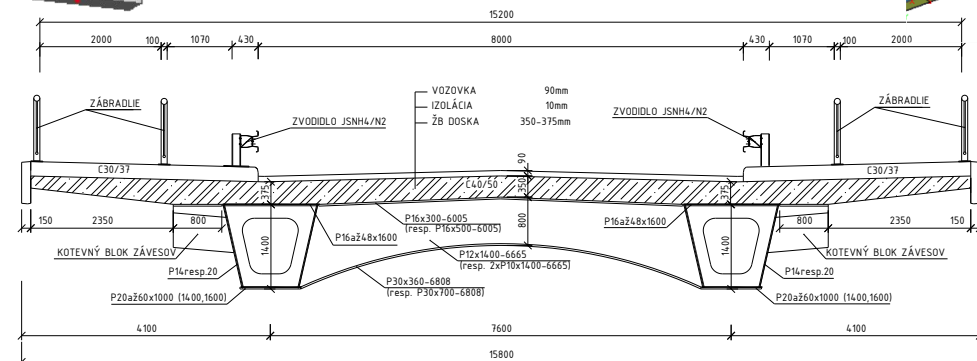
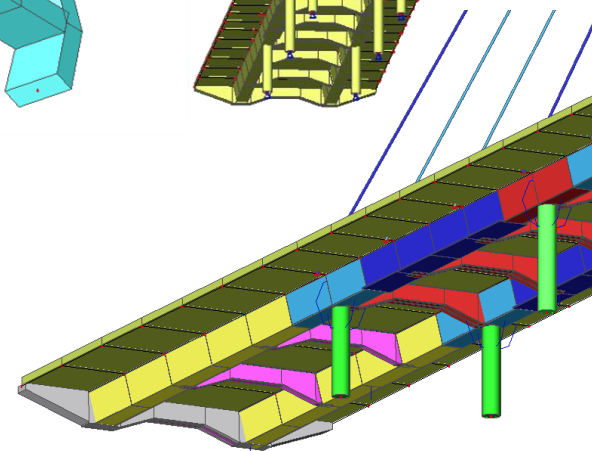
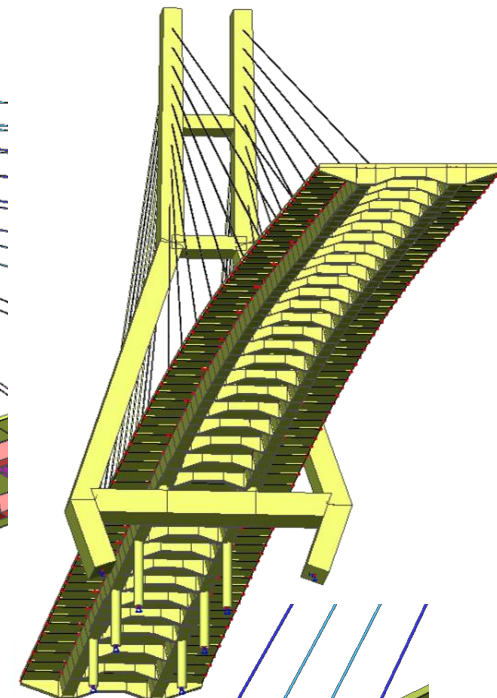
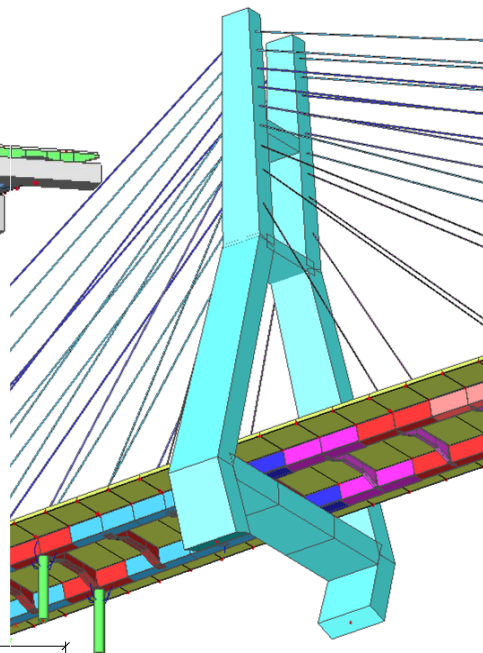
- líniové dvojuzlové prvky bez ohybovej tuhosti
- alebo aj prútové prvky (s ohybovou tuhosťou)
- prípoje lán na konštrukciu trámu a pylónu kĺbové

Model predpätia

- začiatkové predpätie (nelineárna analýza)
- náhradou pružného skrátenia alebo zmenou teploty (lineárna analýza) – pozor na deformácie!

Kmitanie (najmä lán)

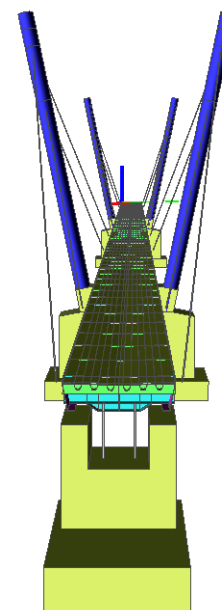
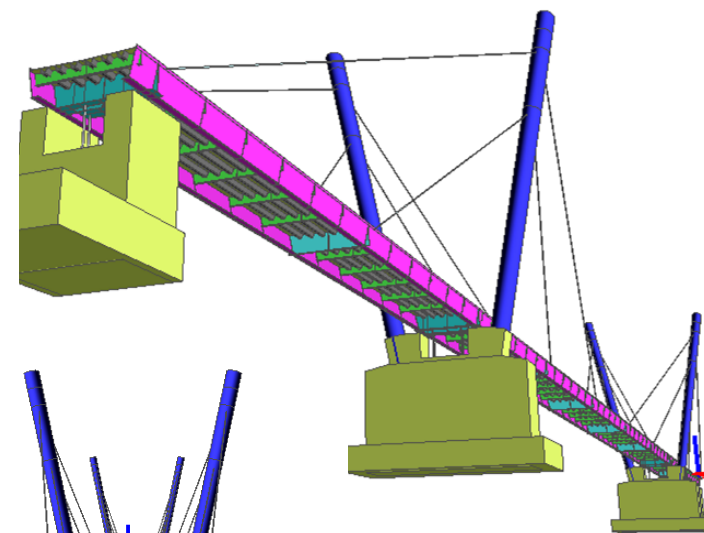
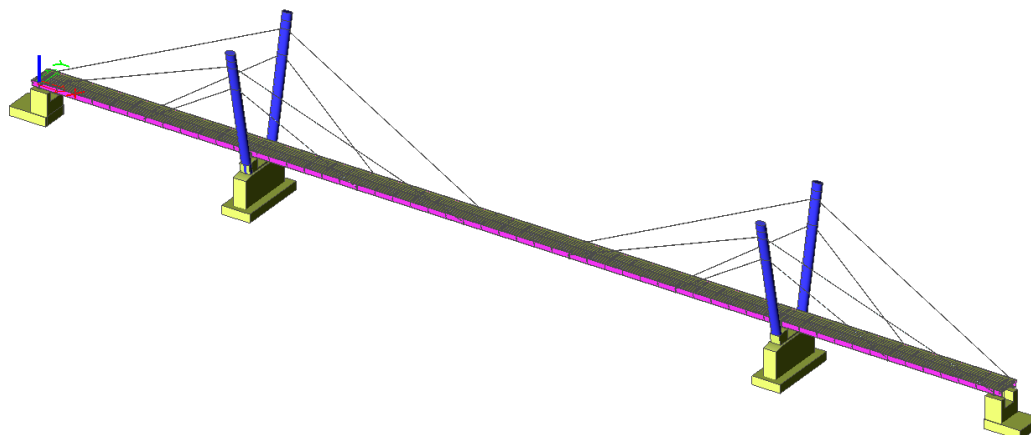
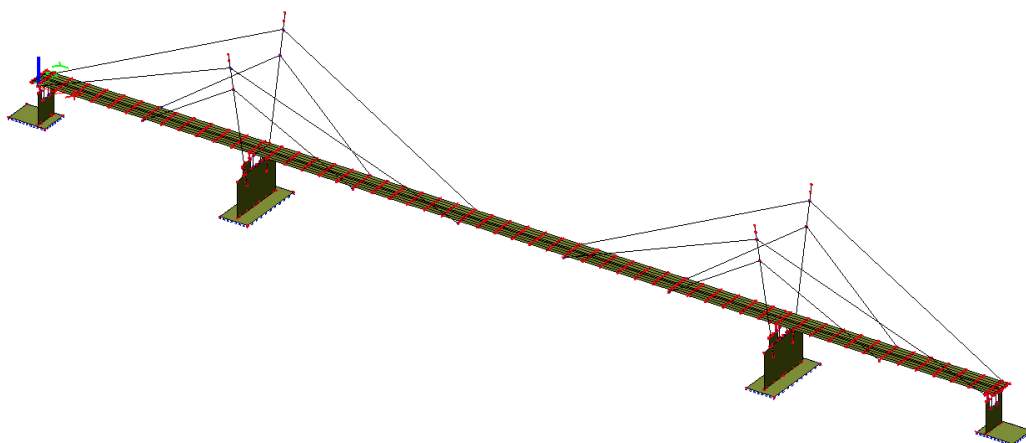
Priestorové výpočtové modely



Projekt je podporovaný z programu Interreg V-A Slovenská republika – Česká republika a spolufinancovaný z Európskeho fondu regionálneho rozvoja

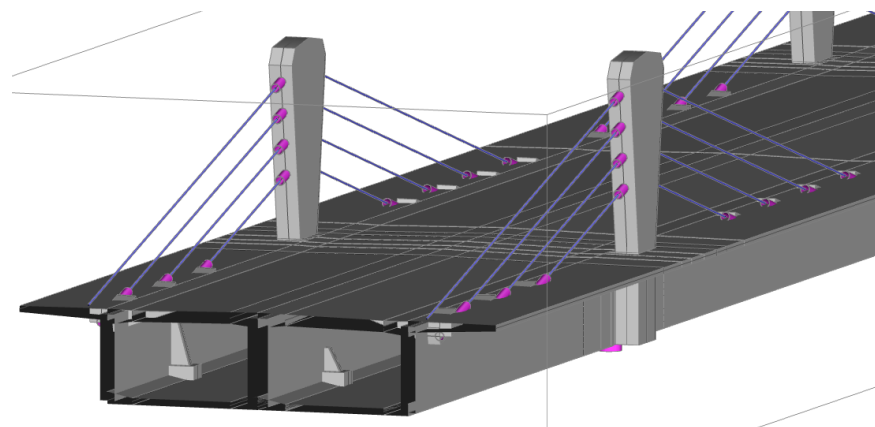
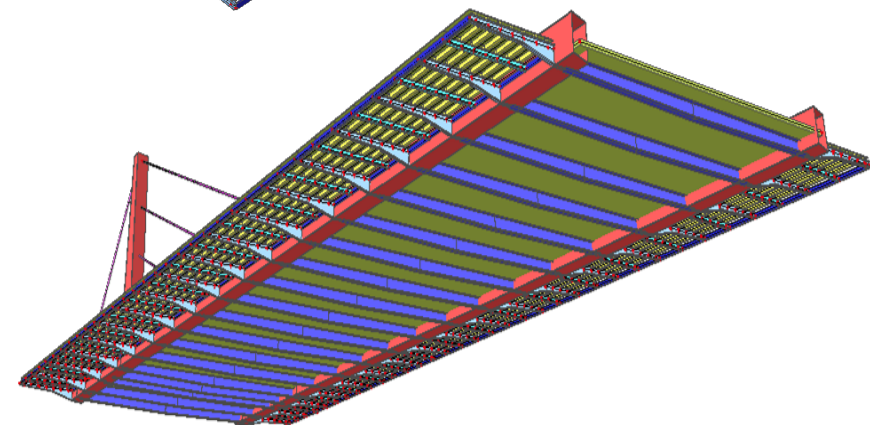
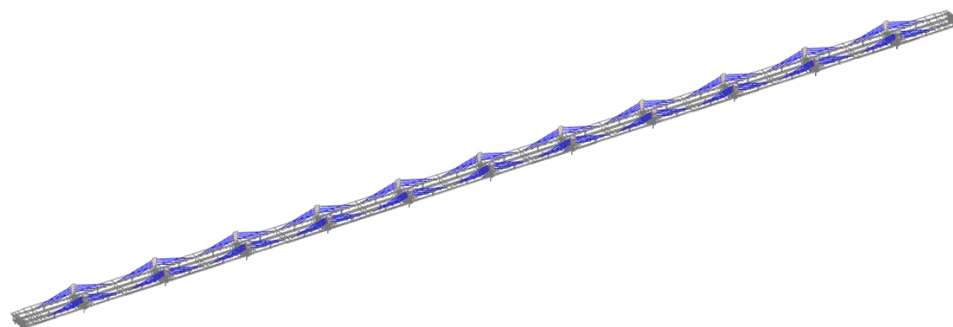
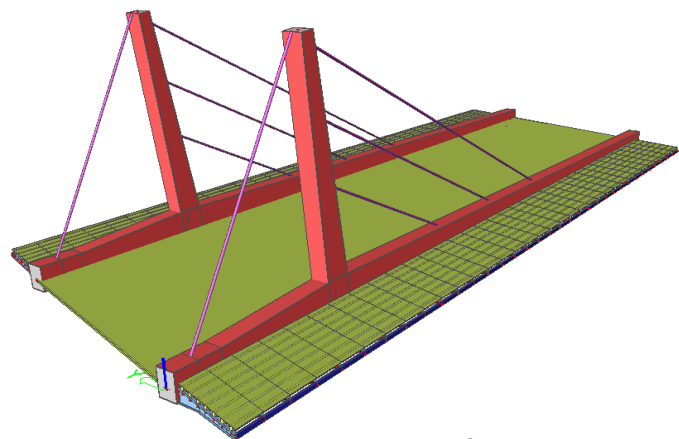
Zavesené mosty - Analýza

Priestorové výpočtové modely



Zavesené mosty - Analýza

Priestorové výpočtové modely



Zavesené mosty - Analýza

Overenie

- STN EN 1993-1-11.
- MSÚ lán a káblov

$$F_{Ed}/F_{Rd} \leq 1,0$$

- návrhová hodnota odolnosti v ťahu

$$F_{Rd} = \min \left\{ \frac{F_{uk}/1,5\gamma_R}{\gamma_R}; \frac{F_k}{\gamma_R} \right\}$$

F_{uk} je charakteristická hodnota sily pri pretrhnutí
 F_k je charakteristická hodnota skúšobnej pevnosti ťahaného prvku
 γ_R je parciálny súčiniteľ spoľahlivosti materiálu

- káble z rovnobežných drôtov

$$F_{uk} = A_m f_{uk}$$

A_m je plocha kovového prierezu,
 f_{uk} charakteristická hodnota pevnosti v ťahu drôtov alebo prameňov podľa príslušnej normy
 K je najmenší faktor sily pri pretrhnutí s uvažovaním straty z vinutia

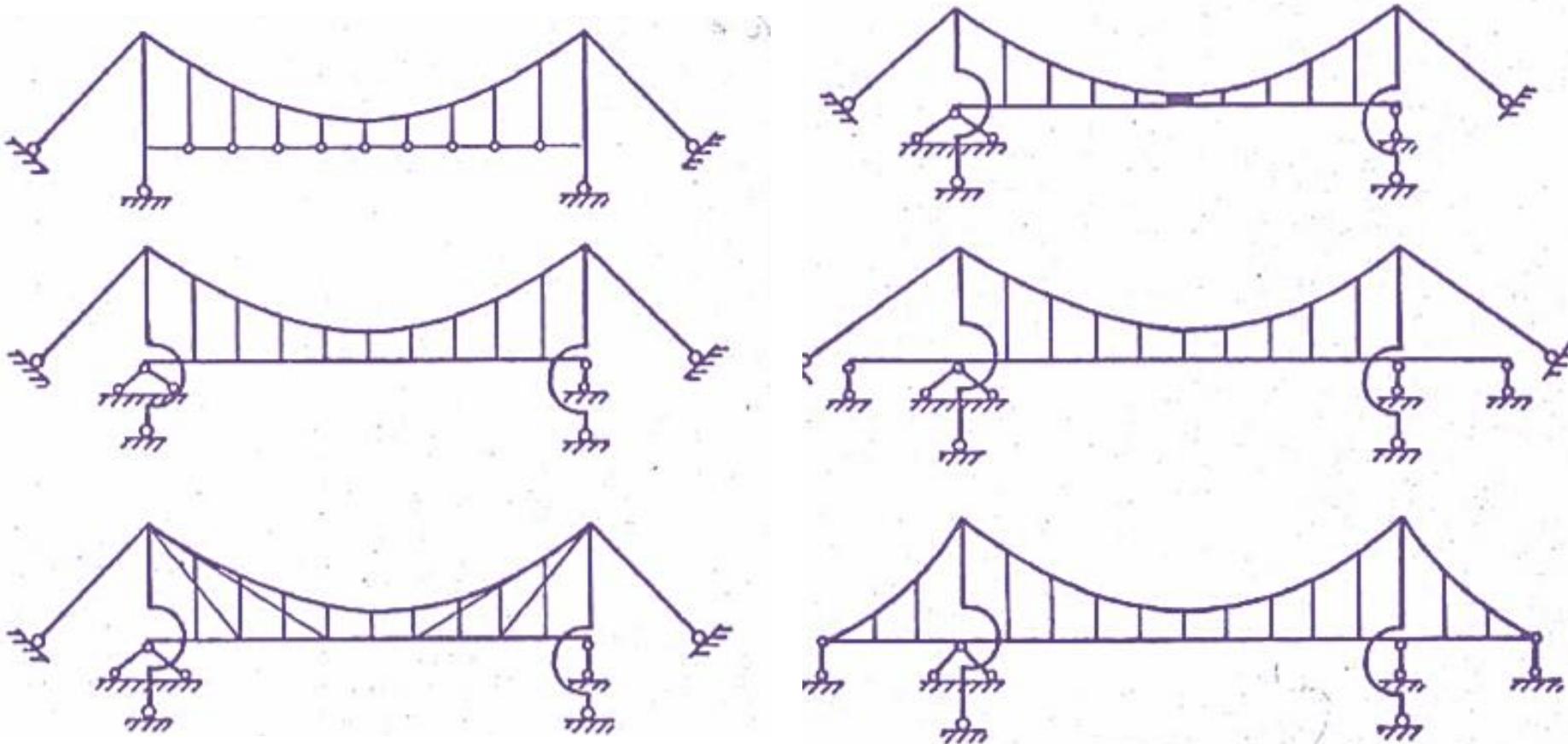
- pre laná

$$F_{uk} = k_e F_{min} = k_e \frac{K d^2 R_r}{1000}$$

d je menovitý priemer lana v mm
 R_r je trieda lana v N/mm²
 k_e je faktor straty (STN EN 1993-1-11, tab. 6.3)

Visuté mosty - Analýza

Statické pôsobenie



Visuté mosty - Analýza

Statické pôsobenie

Vplyvové čiary trojpolového visutého mosta:

a) schéma konštrukcie s kĺbovým spojením nosníka nad vnútornými podperami

b) schéma trikrát staticky neurčitého visutého mosta

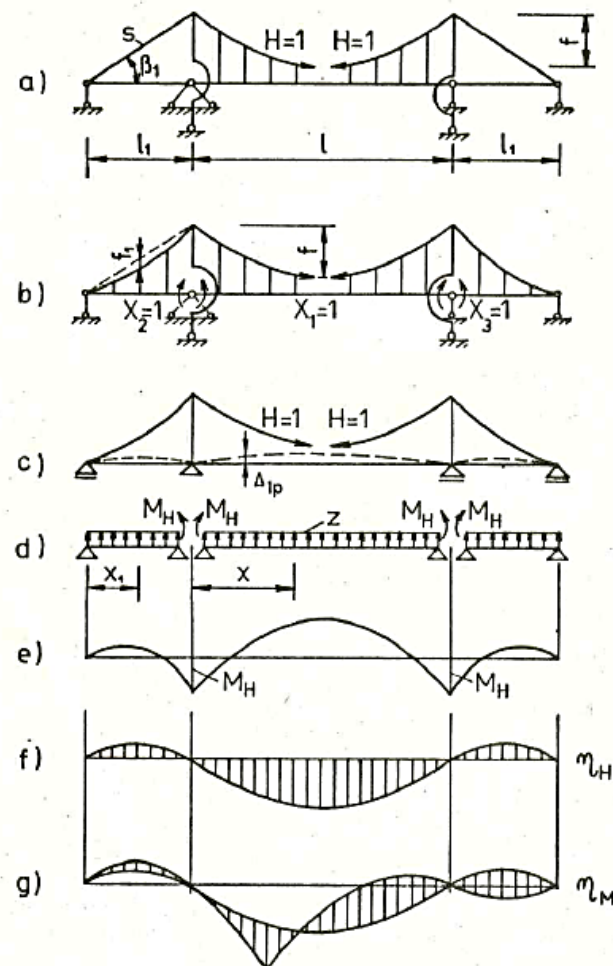
c) vhodná voľba základnej sústavy

d)-e) ohybový moment na spojitom nosníku od

$$H = 1, \text{ resp. } z = \frac{8 f l}{l^2}$$

f) vplyvová čiara vodorovnej sily η_H

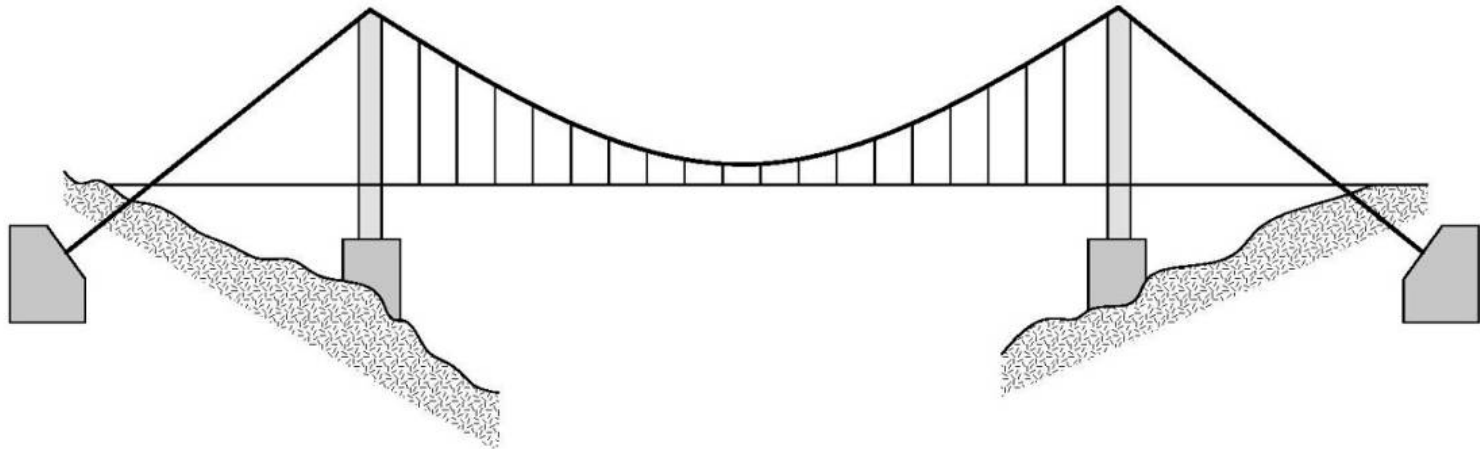
g) vplyvová čiara ohybového momentu η_M



Visuté mosty - Analýza

Visuté mosty bez výstužného nosníka

- Zanedbateľná tuhosť trámu
- Približné riešenie – teóriou 1. rádu (ďalší snímok)
- Toto riešenie sa dá spresniť teóriou 2. rádu



Visuté mosty - Analýza

Visuté mosty bez výstužného nosníka

- Približné riešenie teórie 1. rádu

Ohybový moment v mieste x

$$M = M_{qx} - Hy = 0$$

Pre rovnomerné zaťaženie

$$M_{qx} = \frac{qx}{2}(L - x)$$

Vodorovná sila H pri zvolenom previse f

$$H = \frac{M_{\max}}{f} = \frac{qL^2}{8f}$$

Max. osová sila v lane 2. poľa pri pylóne

$$N_{\max} = \frac{qL^2}{8f} \sqrt{1 + 16 \left(\frac{f}{L} \right)^2}$$

Max sila vv priamom lane krajného poľa

$$N_{1,\max} = \frac{qL^2}{8f \cos \beta}$$

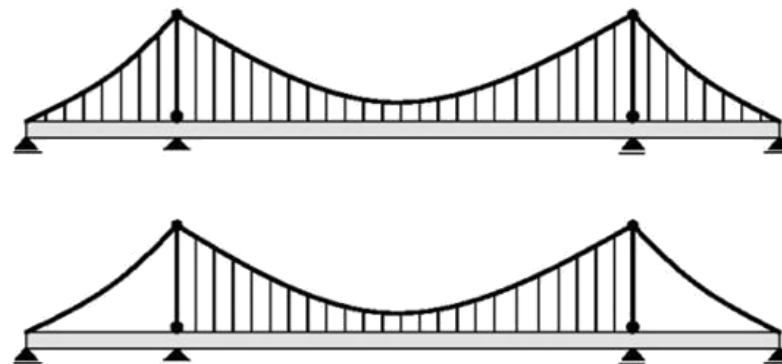
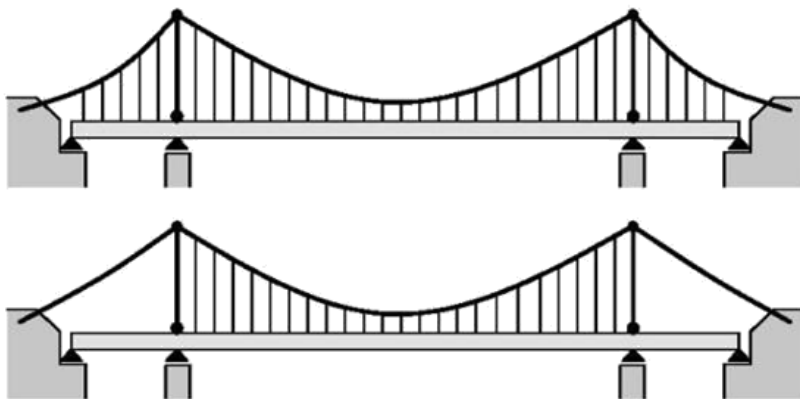
Rovnica krivky pre rovnomerne zaťažené lano

$$y = \frac{M_{qx}}{H} = \frac{4fx(L - x)}{L^2}$$

Visuté mosty - Analýza

Visuté mosty s výstužným nosníkom

- Pravé visuté mosty - laná sú kotvené do základového bloku
- Nepravé - laná kotvené do výstužného trámu (vhodné iba pre menšie L)



- Tuhosť výstužného nosníka pomáha brániť zvislému kmitaniu
- Výpočet vnútorných síl bude závisieť od statického pôsobenia výstužného trámu (spojitý, alebo prosté polia, krajné pole zavesené/ nezavesené na nosnom lane a podobne)

Visuté mosty - Analýza

Visuté mosty s výstužným nosníkom Zjednodušená analýza

- Pri teórii 1. rádu a pre statický určitý visutý most platí od vlastnej tiaže

$$M_{I,g} = M_g - H_g y = 0$$

- Výstužný nosník je tak namáhaný iba premenným zaťažením

$$M_{I,p} = M_p - H_p y$$

$$V_{I,p} = V_p - H_p \operatorname{tg} \varphi$$

- Teória II. rádu – na pretvorenej konštrukcii

$$M_{II} = M_g + M_p - (H_g + H_p)(y + w)$$

- Po dosadení $M_g - H_g y = 0$ bude

$$M_{II} = M_p - H_p y - (H_g + H_p)w$$

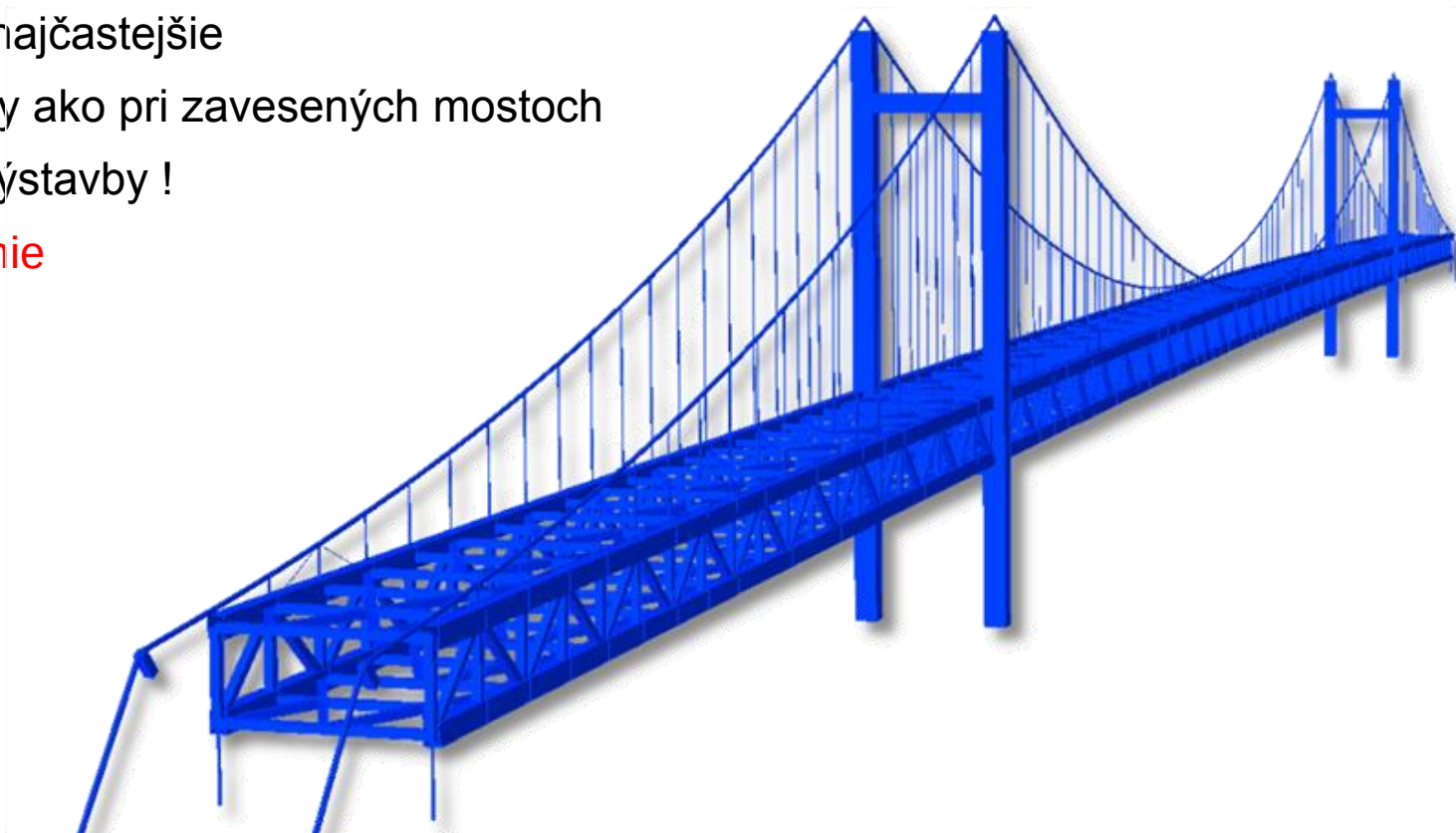
- Je zrejmé, že M_{II} je menší ako M_I

Visuté mosty - Analýza

Visuté mosty s výstužným nosníkom

Globálna analýza priestorových modelov

- dnes najčastejšie
- zásady ako pri zavesených mostoch
- fázy výstavby !
- kmitanie



K aerodynamickej stabilite lanových mostov

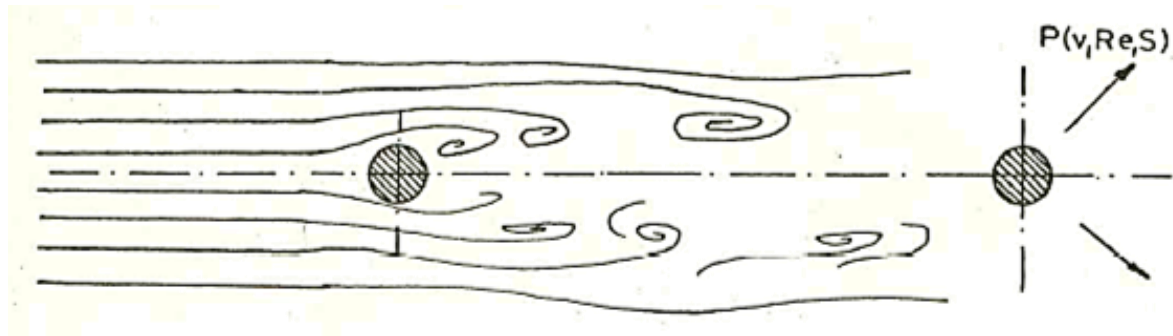
Kmitanie – najmä vietor !

- **Kyvadlový efekt** – priečne kmitanie
- **Odtrhávanie vírov** (von Karman) – priečne rezonančné kmitanie od vetra, vznikajúce odtrhávaním vírov raz na jednej a raz na druhej strane – vzniká pulzačné zaťaženie (citlivé sú aj kruhové prierezy)
- **Flutter a divergencia** – sú to nestability vznikajúce pri ohýbaných konštrukciách doskového typu – výchylka (priehyb) spôsobuje modifikáciu aerodynamiky a pri kritických rýchlostiach môže nastať rezonancia
- **Galoping** – samobudiace kmitanie ohybných konštrukcií kolmo na smer vetra (aj nekruhové prierezy), kmitanie začína pri tzv. nábehovej rýchlosti

K aerodynamickej stabilite lanových mostov

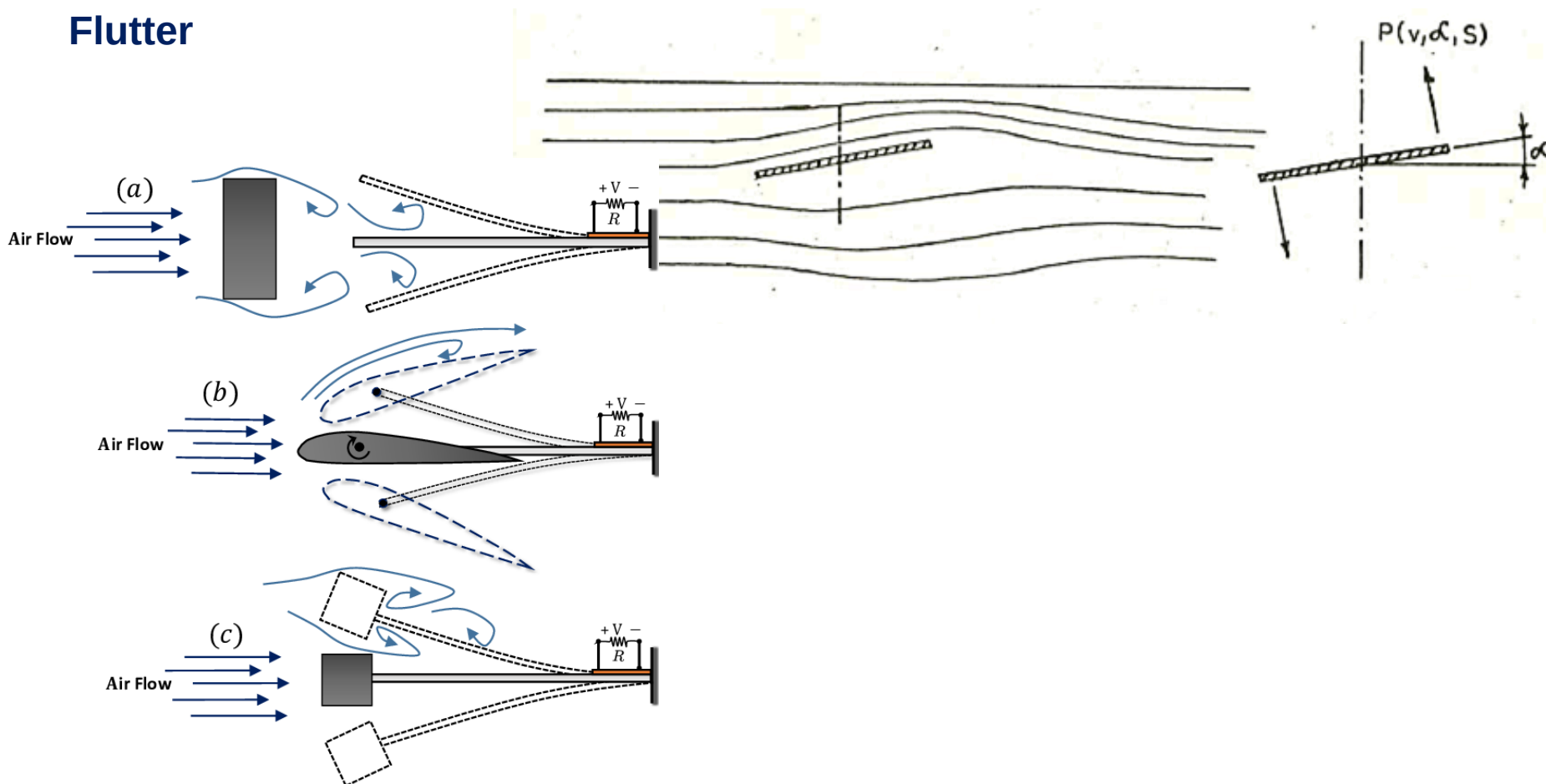
Karmánové kmitanie

- lanové prvky sú citlivé na pôsobenie turbulentného vetra
- vzhľadom na ich vysokú pevnosť, ale malú schopnosť tlmenia kmitania, môže u lán dochádzať k veľkým periódam kmitania



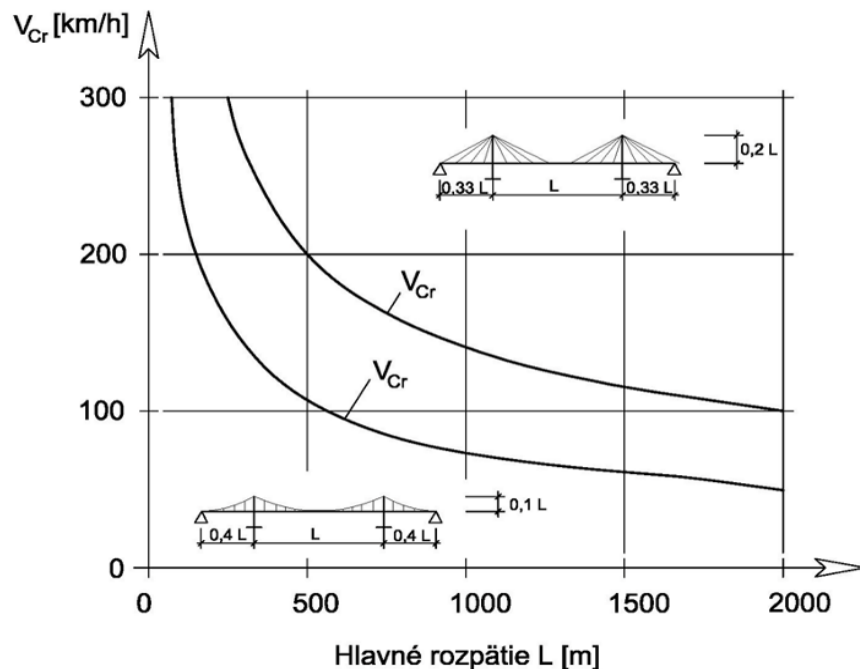
K aerodynamickej stabilite lanových mostov

Flutter

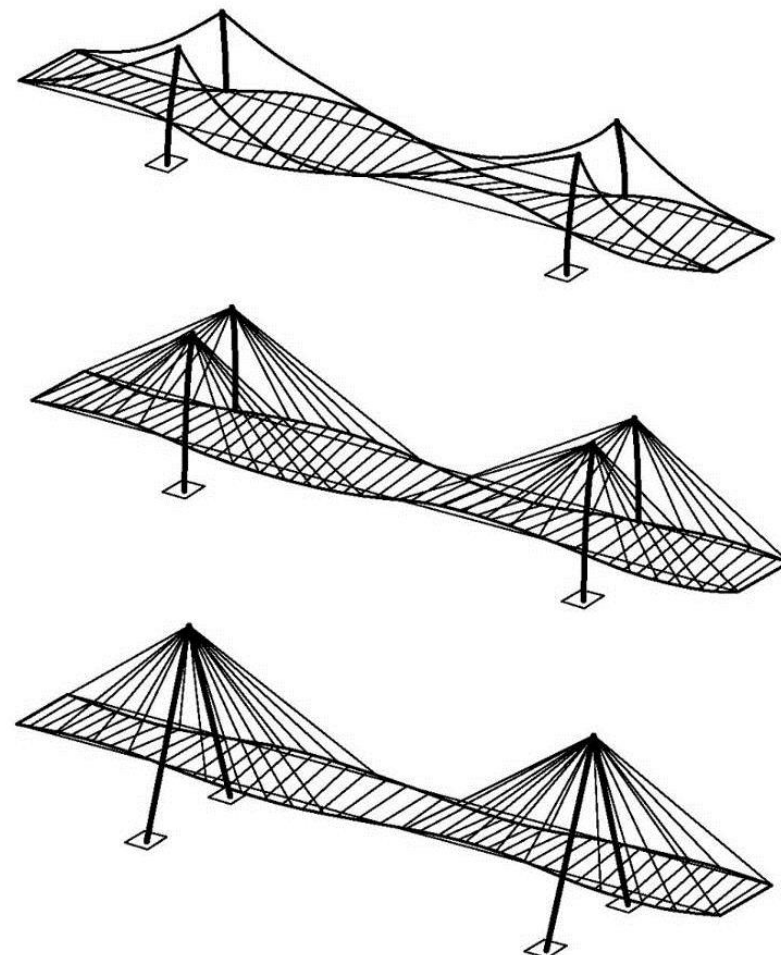


K aerodynamickej stabilite lanových mostov

Flutter



Porovnanie kritickej rýchlosti vetra
pre vznik flutteru na visutých
a zavesených mostoch



K aerodynamickej stabilite lanových mostov

Galloping

- Kmitanie začína pri tzv. nábehovej rýchlosti a následne amplitúdy zvyčajne rýchlo narastajú s rýchlosťou vetra.

