



**INTERREG V-A**  
SLOVENSKÁ REPUBLIKA  
ČESKÁ REPUBLIKA



**EURÓPSKA ÚNIA**  
**EURÓPSKY FOND**  
**REGIONÁLNEHO ROZVOJA**  
SPOLOČNE BEZ HRANÍC

# ***Globálna analýza mostov***

## ***Spriahnuté ocel'obetónové mosty***

### **NÁZOV PROJEKTU:**

**Podpora edukačných aktivít pre výchovu mladých odborníkov  
v oblasti mostného stavitel'stva v cezhraničnom regióne**

**VŠB TECHNICKÁ  
UNIVERZITA  
OSTRAVA**



**EDUMOS**

## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza

- **Voľba výpočtového modelu a formy globálnej analýzy** závisia od typu mostnej konštrukcie, náročnosti vstupov (geometria, uzly, zaťaženie, imperfekcie), očakávaných výstupov ale aj softvérových možností a skúseností.
- Zväčša sa aplikuje **teória I. rádu (podmienka  $\alpha_{cr} > 10$ )**
- Vzhľadom k odolnosti železobetónovej dosky a tuhosti stužidiel sa spriahnutá mostná konštrukcia správa **ako priestorovo tuhý systém**.
- Uprednostňovať sa majú také výpočtové modely, ktoré **zohľadňujú doskové pôsobenie spriahnutej** betónovej mostovkovej dosky.
- Spravidla **lineárne pružnostná globálna analýza s prípadnou vhodnou korekciou nelineárnych vplyvov**.
- V špecifických prípadoch sa môže aplikovať nelineárna globálna analýza.
- **Rozhodujúci dopad** na výstižnosť modelu predstavuje rozhodnutie, či sa stanovia vnútorné sily **približnými metódami na submodeloch**, alebo pôjde o **komplexnejší geometrický model**.
- Ďalej je dôležité správne **vystihnúť tuhostí vo výpočtovom modeli** oplyvnených najmä trhlinami v betóne.

## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza

### ◆ Globálna analýza - výpočet vnútorných síl pre overenie prierezov aj MSP

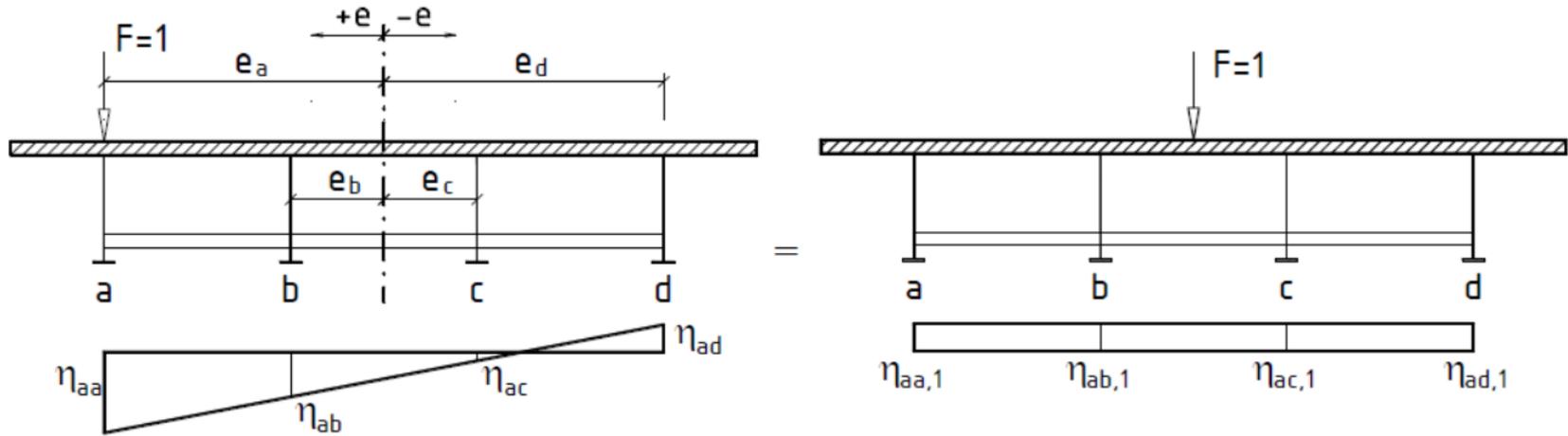
- Všetky relevantné fázy výstavby
- Materiálové diagramy – pružné alebo nelineárne
- Zohľadniť vplyv trhlín a ťahové spevnenie betónu na zmeny tuhosti spriahnutých prierezov
- Šmykové ochabnutie sa má uvažovať v betónovej doske, aj v oceľových širokých pásoch, pri zjednodušenej analýze prúťovými modelmi sa smie brať konštantná spolupôsobiaci šírka v rámci jednotlivých polí platná pre stredy polí
- Vydúvanie štíhlych stien a pásov sa môže zanedbať v prípadoch, ak je účinná (efektívna) plocha vydúvanej časti väčšia ako 50% z jej celkovej plochy etapovitost' a fázy výstavby
- Dotvarovanie a zmrašťovanie zohľadniť ich primárnym aj sekundárnym účinkom

## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza

### ◆ Pre overenie šmykového toku

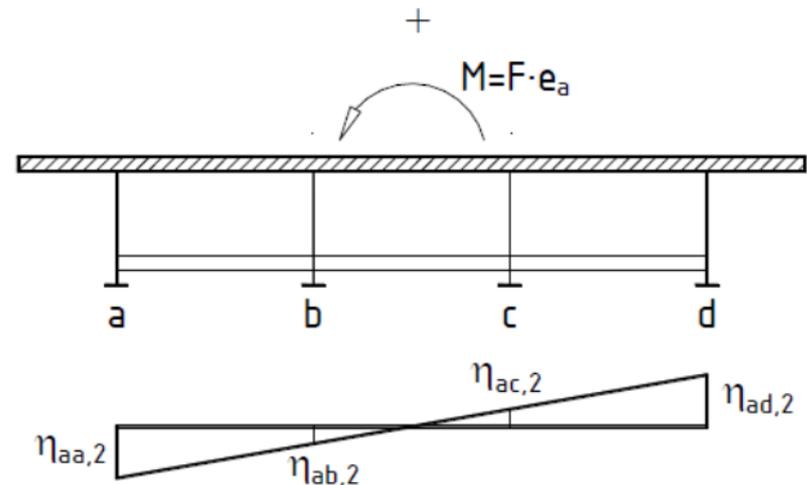
- Vždy lineárna pružná analýza so zohľadnením vplyv trhlín a ťahového spevnenie betónu na zmeny tuhosti spriahnutých prierezov
- Overenie spriahnutia sa však následne realizuje na prierezoch bez trhlín
- Špecifické požiadavky pre pružno-palstickú zónu (v miestach kde  $M_{Ed} > M_{Rd,el}$ )

## Spriahnuté oceľobetónové mosty - zjednodušená globálna analýza



$$\eta_{ki} = \eta_{ki,1} + \eta_{ki,2} = \frac{I_{y,k}}{\sum_{i=a}^n I_{y,i}} + \frac{e_k I_{y,k}}{\sum_{i=a}^n I_{y,i} e_i^2} e_i$$

$$\eta_{ki} = \eta_{ki,1} + \eta_{ki,2} = \frac{1}{n} + \frac{e_k}{\sum_{i=a}^n e_i^2} e_i$$



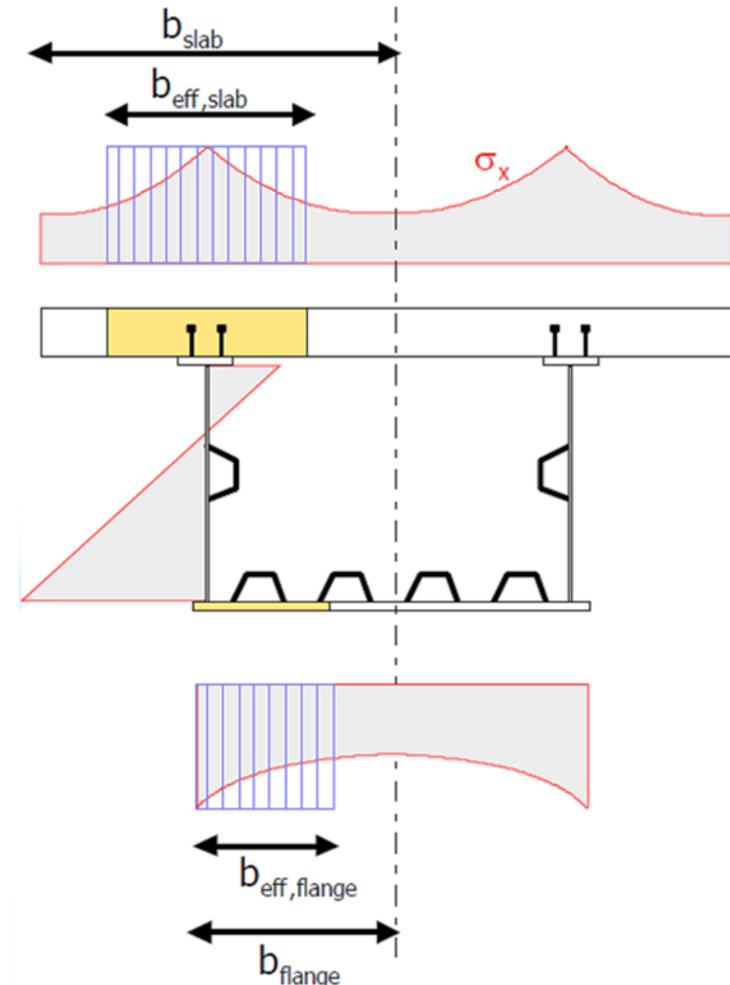
## Spriahnuté oceľobetónové mosty - zjednodušená globálna analýza – šmykové ochabnutie

### Betónová doska – EN 1994-2

- rovnaké spolupôsobiacie šírky v MSÚ aj v MSP

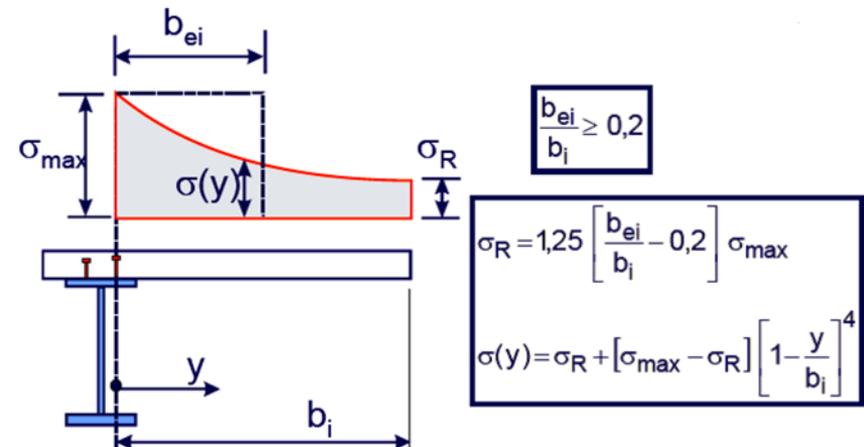
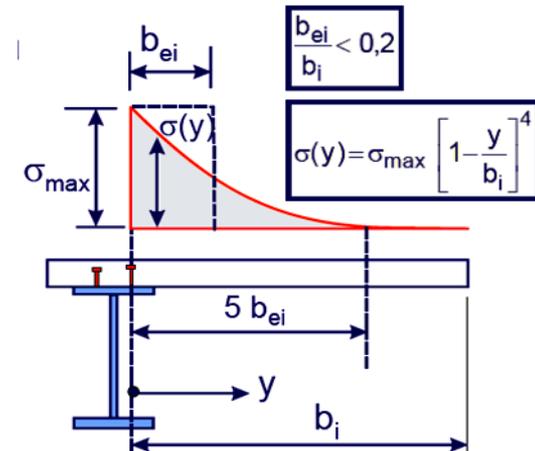
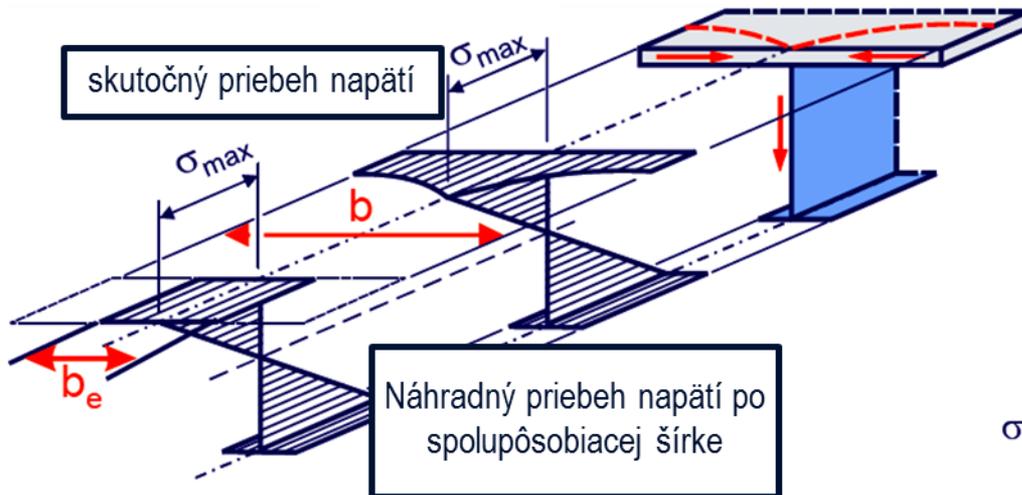
### Oceľové pásy (pásnice) – EN 1993-1-5

- pri širokých pásoch komorových prierezov
- ale aj pri veľmi širokých pásniciach z kvalitnejších ocelí
- Pre overenie sú iné spolupôsobiacie šírky
  - a) pre MSÚ okrem únavy
  - b) pre MS únavy a pre MSP
- Pre globálnu analýzu je možné používať jednotnú  $b_{eff}$  (ako pre MSÚ)

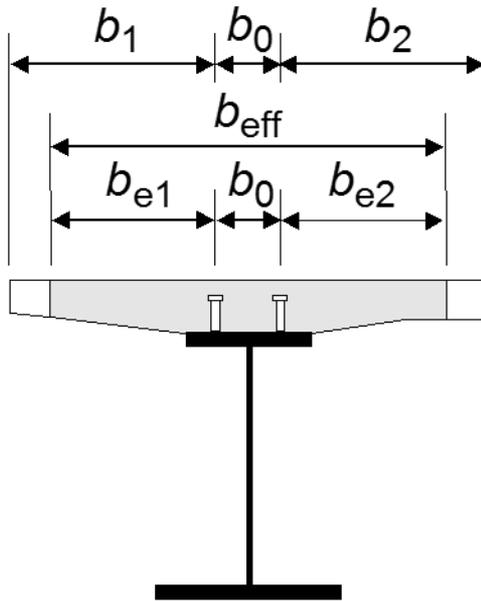


## Spriahnuté oceľobetónové mosty - zjednodušená globálna analýza – šmykové ochabnutie

### Ochabnutie normálových napätí vplyvom šmyku



## Spriahnuté oceľobetónové mosty - zjednodušená globálna analýza – šmykové ochabnutie v doske



V poliach a nad medziľahými podperami

$$b_{eff} = b_0 + \Sigma b_{ei}$$

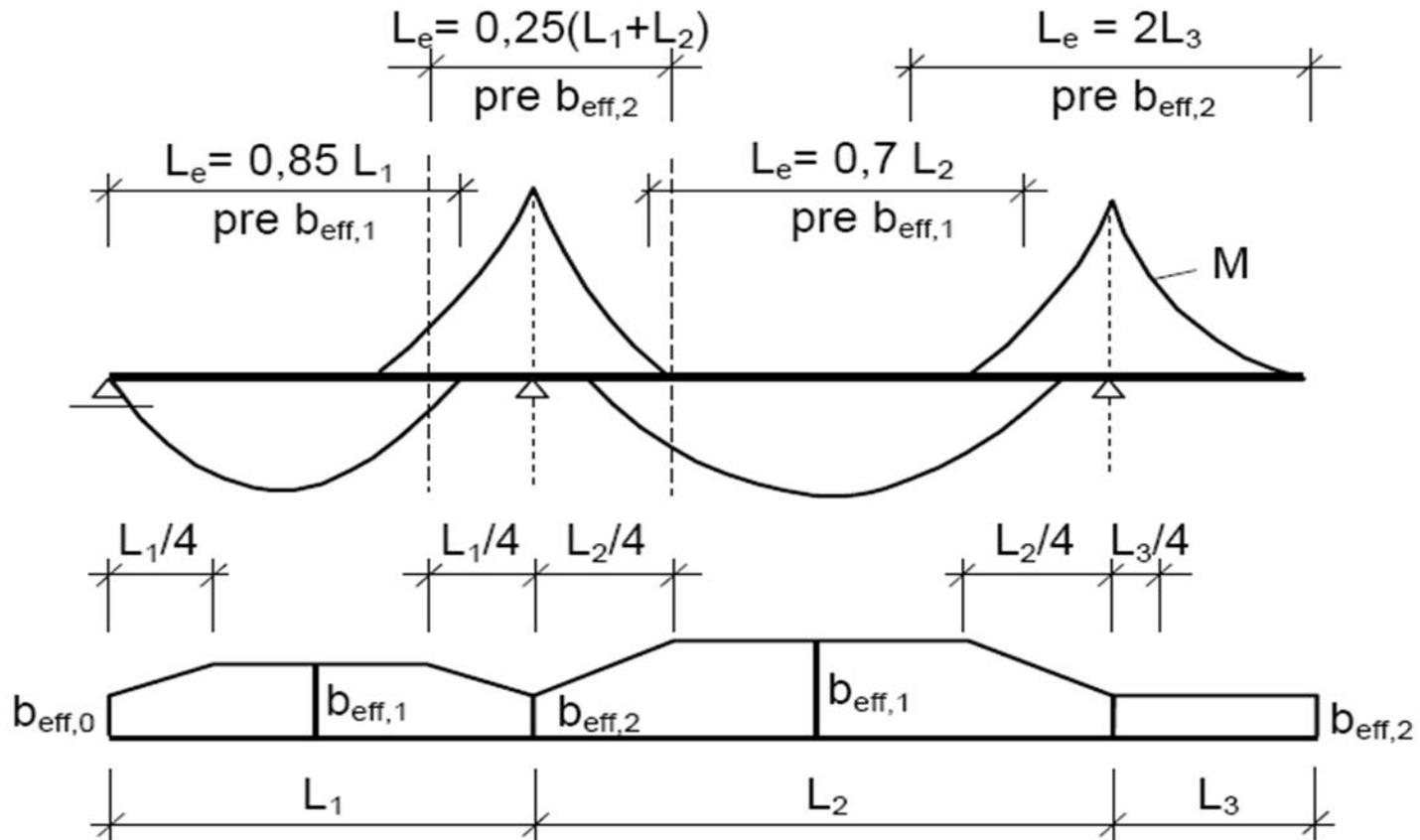
$$\text{kde } b_{ei} = L_e / 8 \leq b_i$$

Pri krajných podperách

$$b_{eff,0} = b_0 + \Sigma \beta_i b_{ei}$$

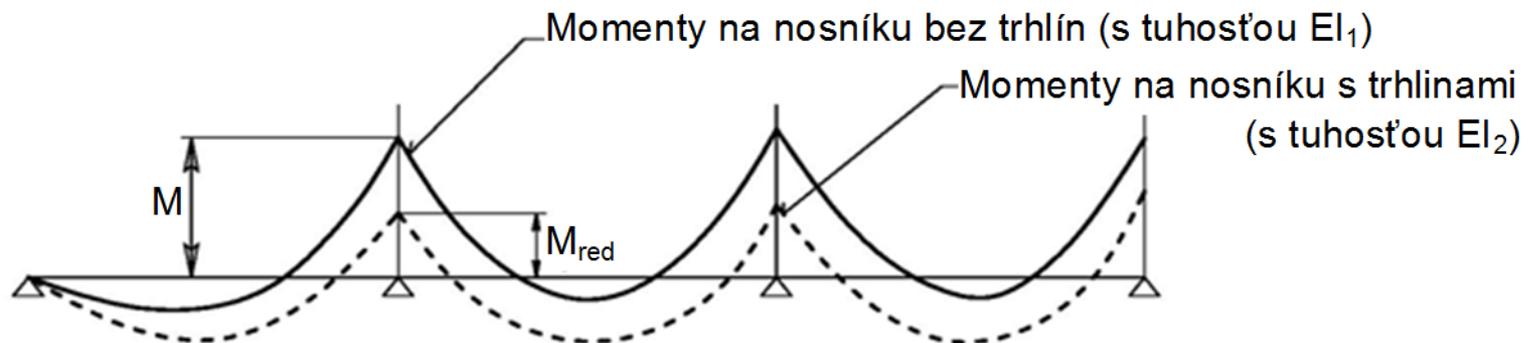
$$\text{kde } \beta_i = (0,55 + 0,025 L_e / b_{ei}) \leq 1,0$$

## Spriahnuté oceľobetónové mosty - zjednodušená globálna analýza – šmykové ochabnutie v doske



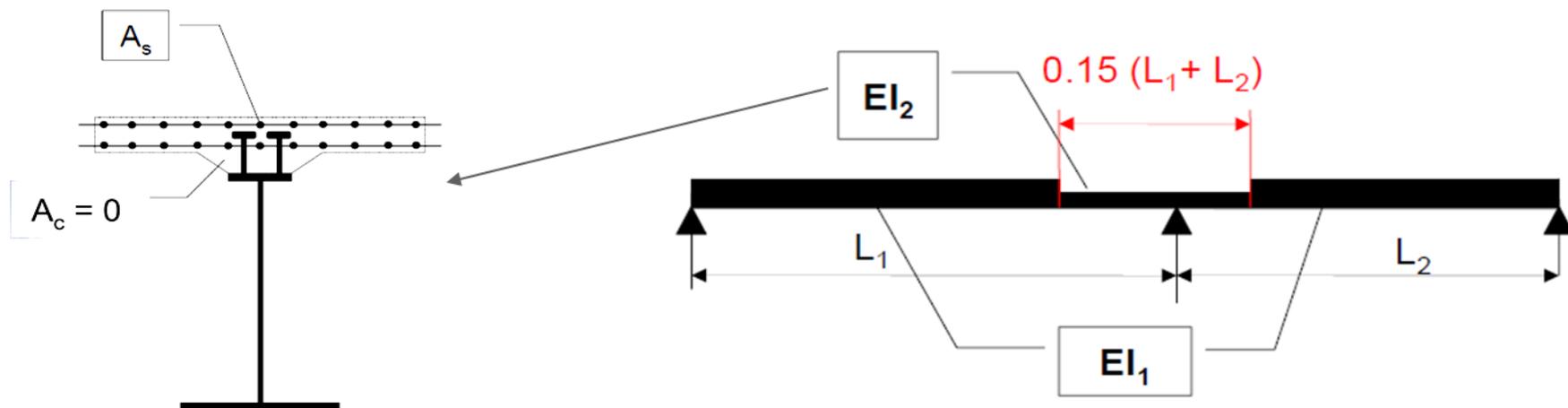
## Spriahnuté oceľobetónové mosty - zjednodušená globálna analýza – vplyvu trhlín v betóne na tuhosť

- Zmenu ohybových tuhostí vplyvom trhlín - modelovaním trámu po úsekoch
- Najskôr je nutné analyzovať konštrukciu s pôvodnými tuhosťami  $EI_1$  od všetkých kombinácií, aby sa zistila obálka vnútorných síl (tzv. **analýza bez trhlín**)
- V úsekoch, kde je v doske prekročená pevnosť  $2 \cdot f_{ctm}$  je nutné tuhosť trámov redukovať na  $EI_2$ .
- Nasleduje druhý výpočet celej konštrukcie od všetkých zaťažovacích stavov a kombinácií.
- Tento spôsob výpočtu = **analýza po vzniku trhlín**



## Spriahnuté oceľobetónové mosty - zjednodušená globálna analýza – vplyvu trhlín v betóne na tuhosť

- Pri spojitých trémových mostoch bez predpätia sa môže zjednodušiť vplyv vzniku trhlín v betóne zohľadniť použitím ohybovej tuhosti  $EI_2$  na dĺžke 15% rozpätia na každej strane vnútornej podpery a s tuhosťou  $EI_1$  bez trhlín na zvyšných častiach polí.

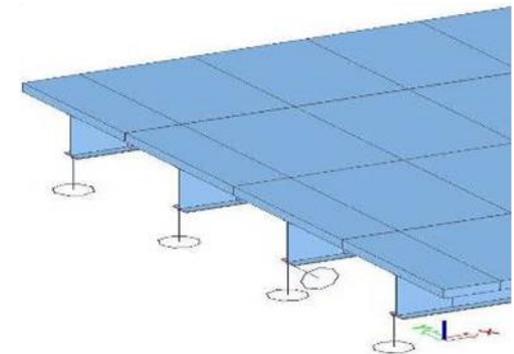
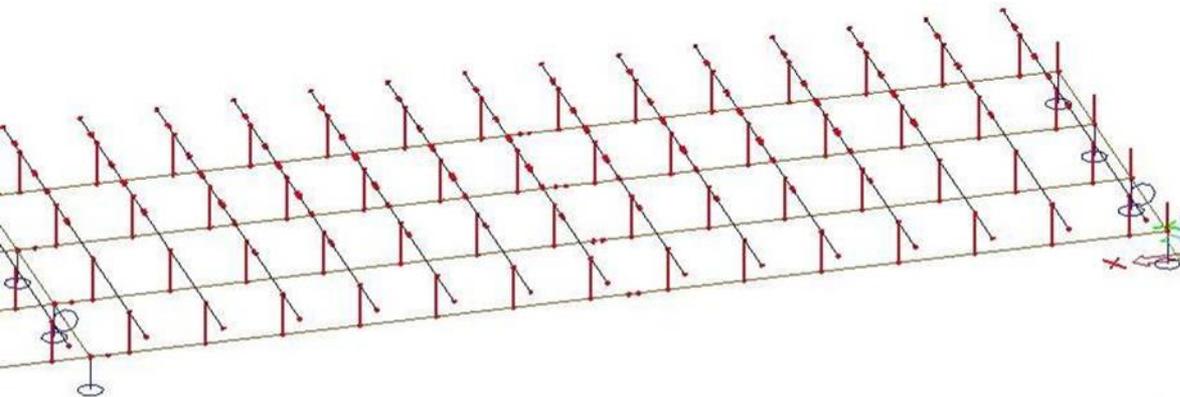


- Táto zjednodušená metóda sa môže aplikovať len ak sú pomery dĺžok príľahlých rozpätí (kratšie/dlhšie) medzi podperami aspoň 0,6 ( $L_{\min}/L_{\max} > 0,6$ ).

## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza finitnými výpočtovými modelmi

### Roštový prútvový model

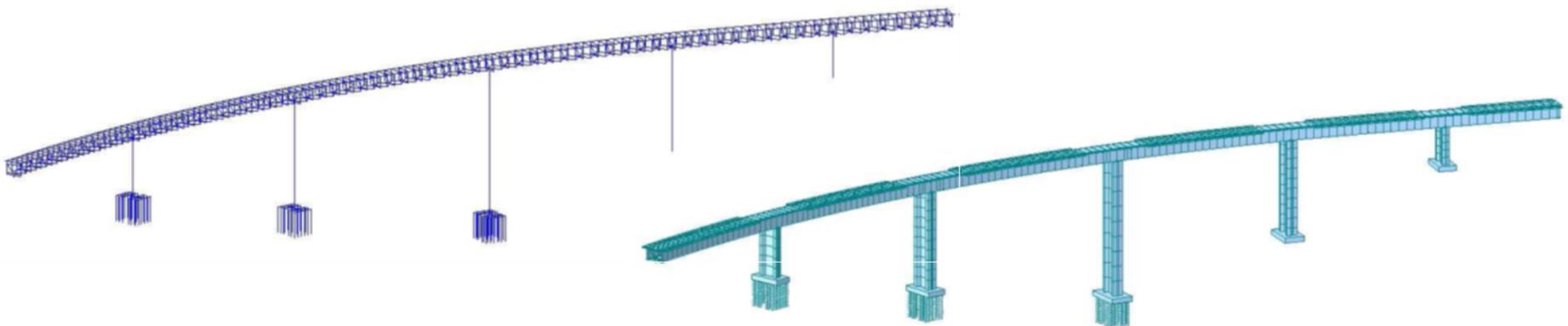
- pozdĺžne prúty majú idealizovaný (efektívny) spriahnutý oceľobetónový prierez.
- doska sa v priečnom smere nahrádza systémom prútov - hustota je závislá od tvaru nosnej konštrukcie, pomeru  $L/B$  ako aj požiadavku na čo najjednoduchšie zadávanie zaťaženií
- v prípade riedkeho delenia dosky v priečnom smere je nutné model doskovej "škrupiny" doplniť fiktívnymi priehradovými väzbami v rovine dosky, ktoré tak nahrádzajú jej výraznú vodorovnú tuhosť.
- Je potrebné dbať na správne zohľadnenie excentricít



## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza finitnými výpočtovými modelmi

### Roštový prútvový model

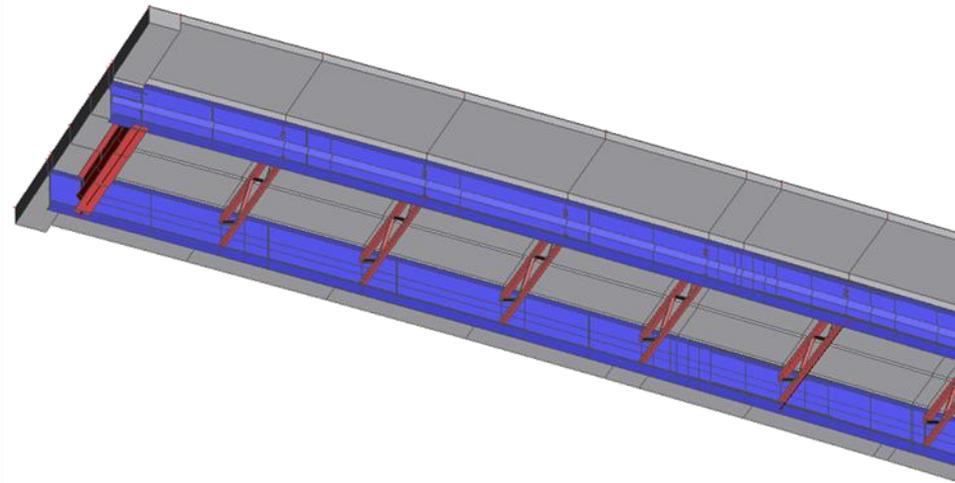
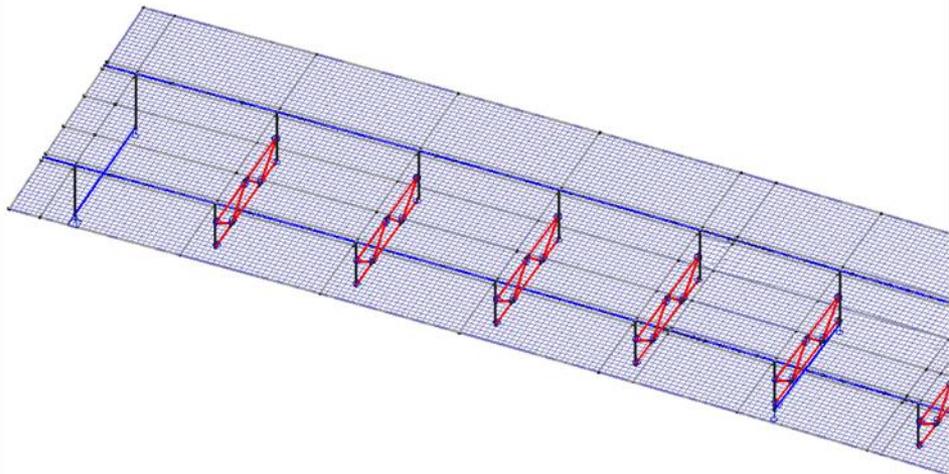
- prvky stuženia medzi hlavnými nosníkmi sú modelované prútmami s rešpektovaním ich skutočnej polohy.
- zohľadňuje aj skutočná poloha podpier pod dolnou pásnicou hlavného nosníka.
- je zrejmé, že roštový model je pomerne prácny a závisí od skúseností
- v praxi je však **stále obľúbený** najmä pri modelovaní väčších konštrukcií alebo v titulu možnej automatizovanej analýzy reológických vplyvov na prútvových prvkoch (napr. Midas Civil)



## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza finitnými výpočtovými modelmi

### Dosko - prúťové modely – alt. prúty ako „rebrá“ dosky

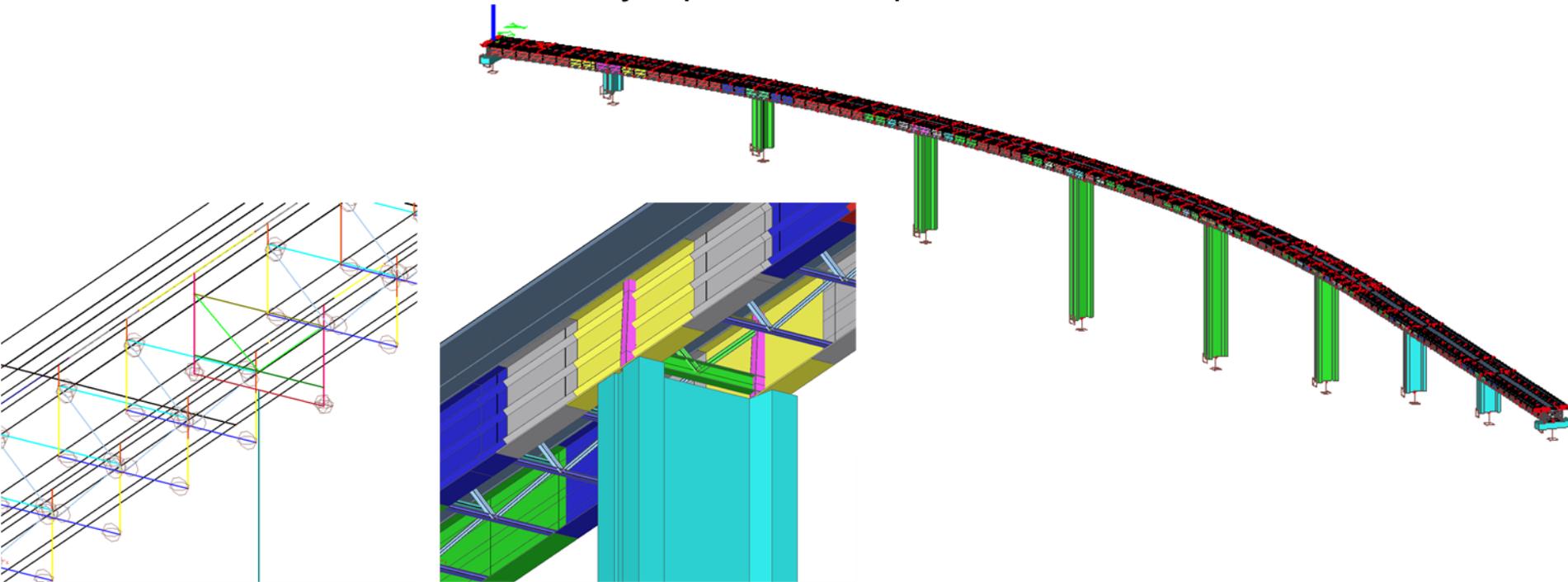
- aplikácia plošných prvkov na aproximáciu dosky vedie spravidla k veľmi dobrému vystihnutiu jej skutočného pôsobenia
- zároveň je automatické zohľadnenie šmykového ochabnutia v doskovom prvku – vyžadujú sa skúsenosti s nastavením delenia siete konečných prvkov dosky pre nájdenie optima medzi časovou náročnosťou výpočtu a korektnými výsledkami.
- oceľové nosníky sa uvažujú ako líniové prvky v rovine dosky s odsadením ich systémovej osi do skutočnej polohy - na excentricite vzhľadom k strednici dosky.



## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza finitnými výpočtovými modelmi

### Dosko - prútové modely – alt. prúty ako „rebrá“ dosky

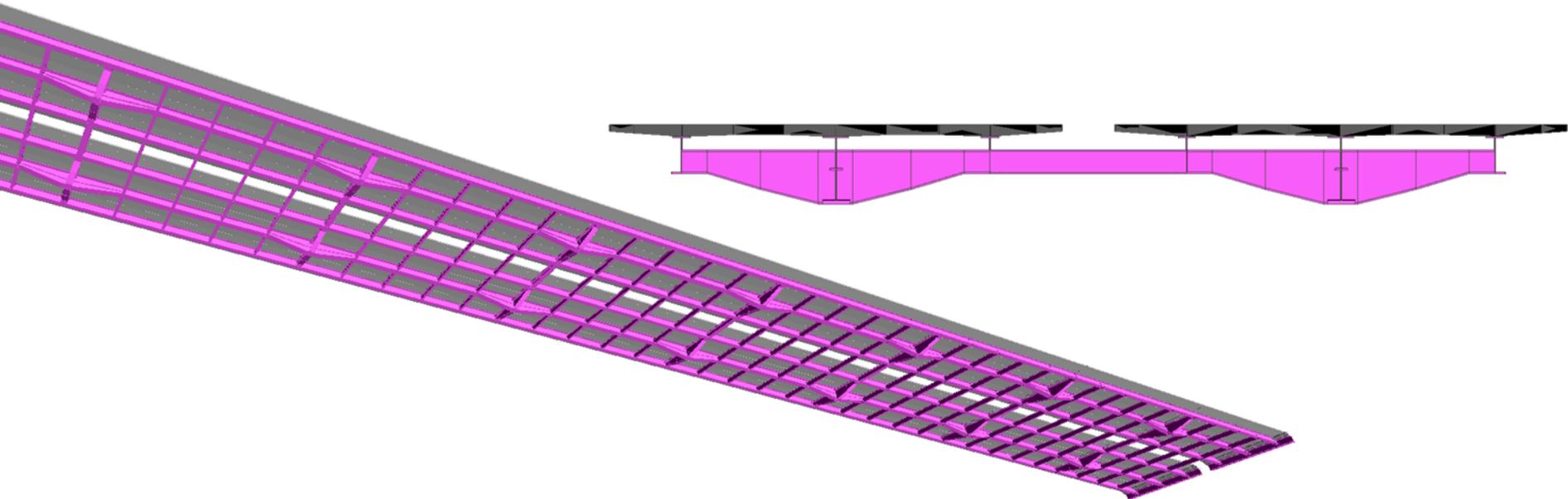
- mnoho softvérových produktov má zakomponovanú moduly pre integráciu vnútorných síl v plošných prvkoch z vopred predpísanej oblasti a ich transformáciu na vnútorné sily „spriahnutom prvku“



## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza finitnými výpočtovými modelmi

### Dosko – stenové (škrupinové) modely

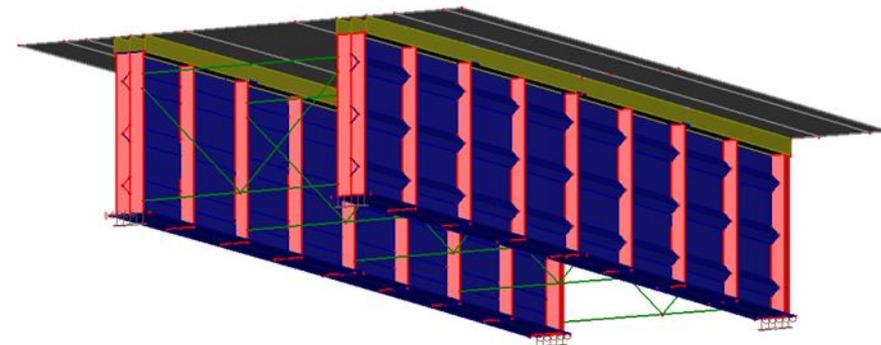
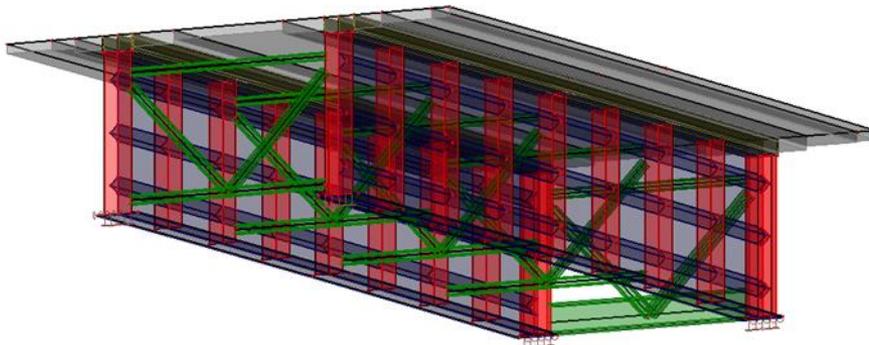
- škrupinový model celej nosnej konštrukcie (prípadne pre vystihnutie tvaru minimálne betónovej dosky a stien hlavných nosníkov)
- V prípade komorového oceľového nosníka ide o plošný model celého komorového priečného rezu,
- nutné klásť adekvátne dôraz na hustotu a zjemňovanie siete konečných prvkov



## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza finitnými výpočtovými modelmi

### Dosko – stenové (škrupinové) modely

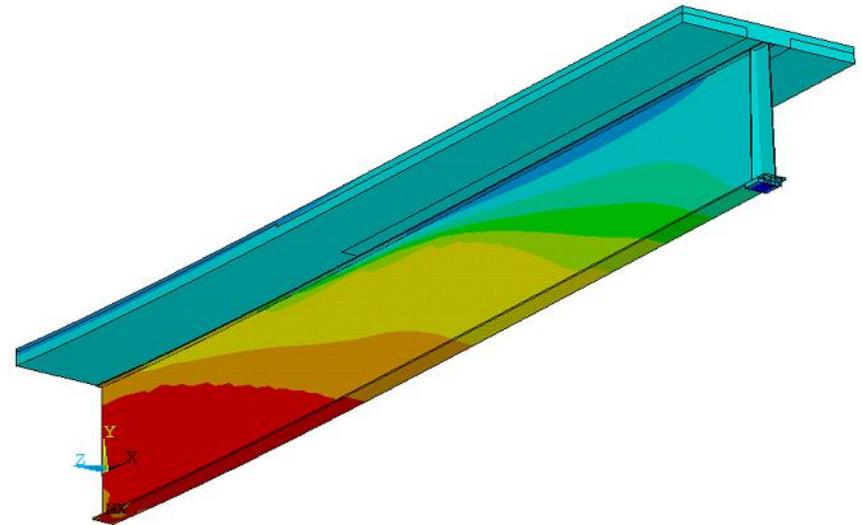
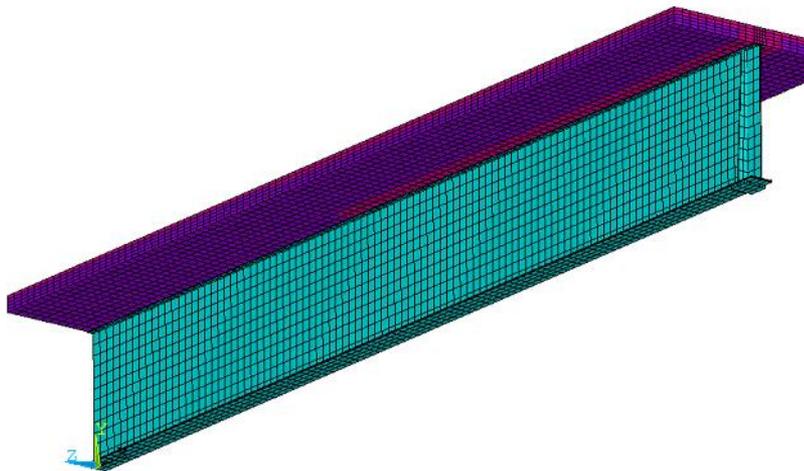
- je potrebné aproximovať aj spriahnutie, nakoľko väčšina prakticky orientovaných softvérov neumožňuje líniové spojenie finitných plošných prvkov ležiacich v rozdielnych rovinách.
- spriahnutie ako spojenie nekoincidenčných plošných modelov dosky a steny (prípadne horných pásnic oceľových nosníkov) sa tak zvyčajne nahrádza elementami, ktoré musia zabezpečiť takmer dokonalé spolupôsobenie, navyše je možné pracovať s ich parametrami, a teda ich modifikáciou či zavedením nelineárnych modelov sa dá priblížiť k reálnejšiemu pôsobeniu skutočného spriahnutia.



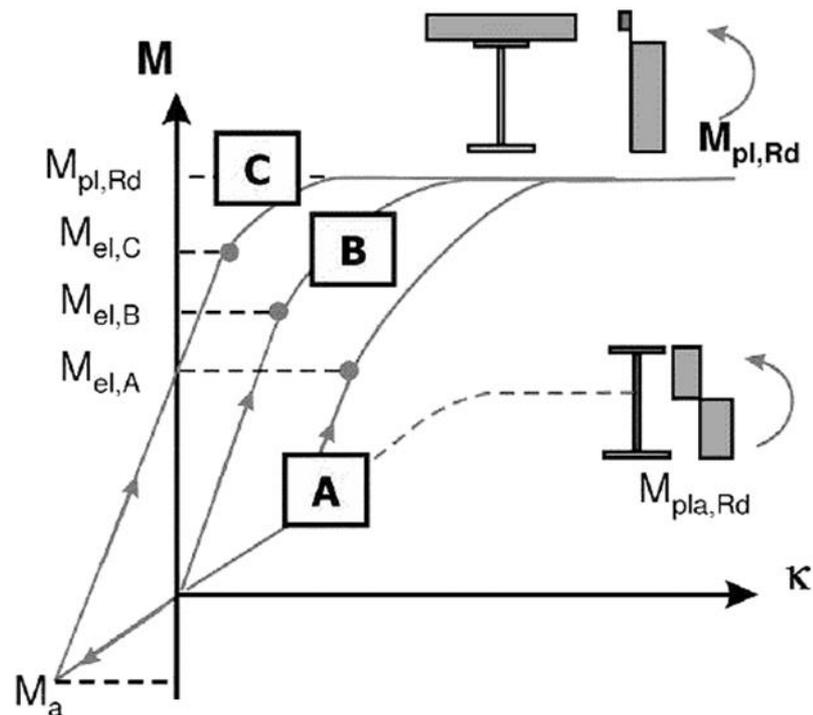
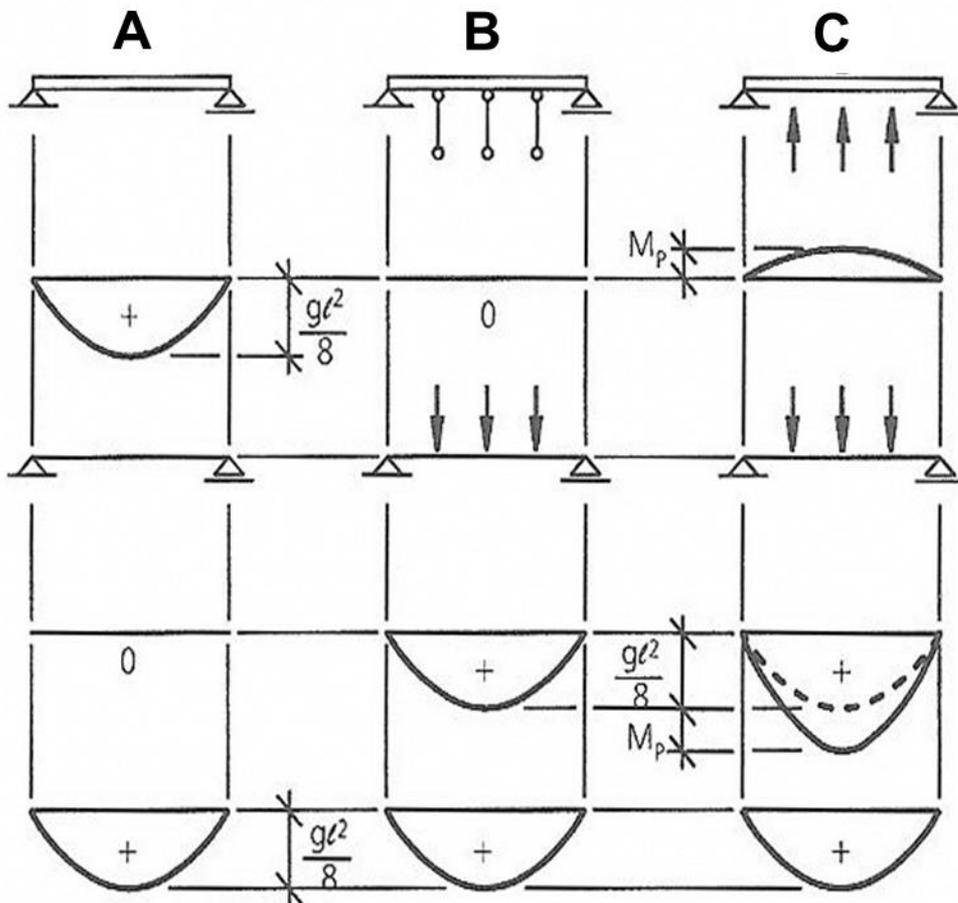
## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza finitnými výpočtovými modelmi

### Využitie objemových prvkov

- praktické využitie je doteraz stále neveliké
- okrem adekvátneho hardvéru aj špecializované softvérové produkty (Ansys, ...)
- najmä v rámci submodelov alebo pri výskumných úlohách.

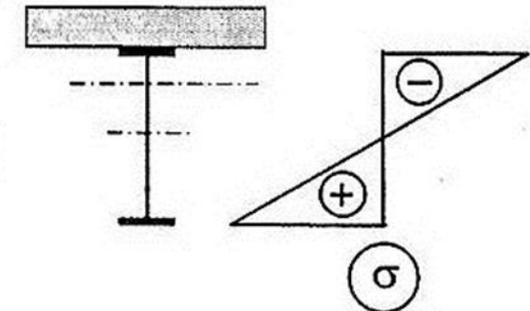
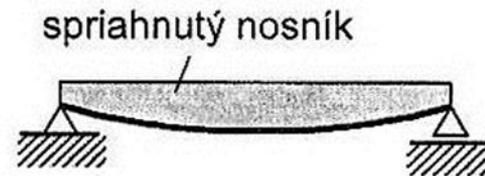
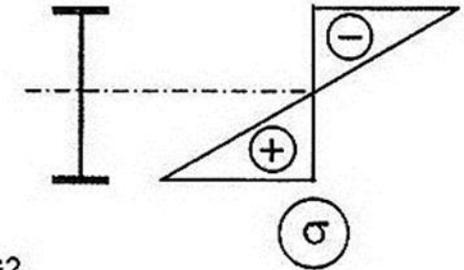
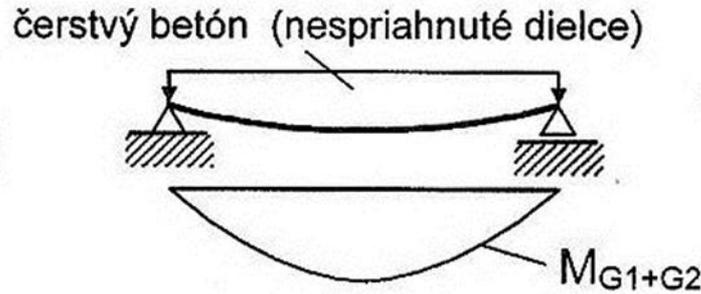
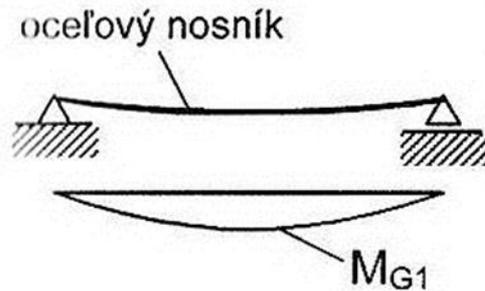


## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – vplyv postupov výstavby



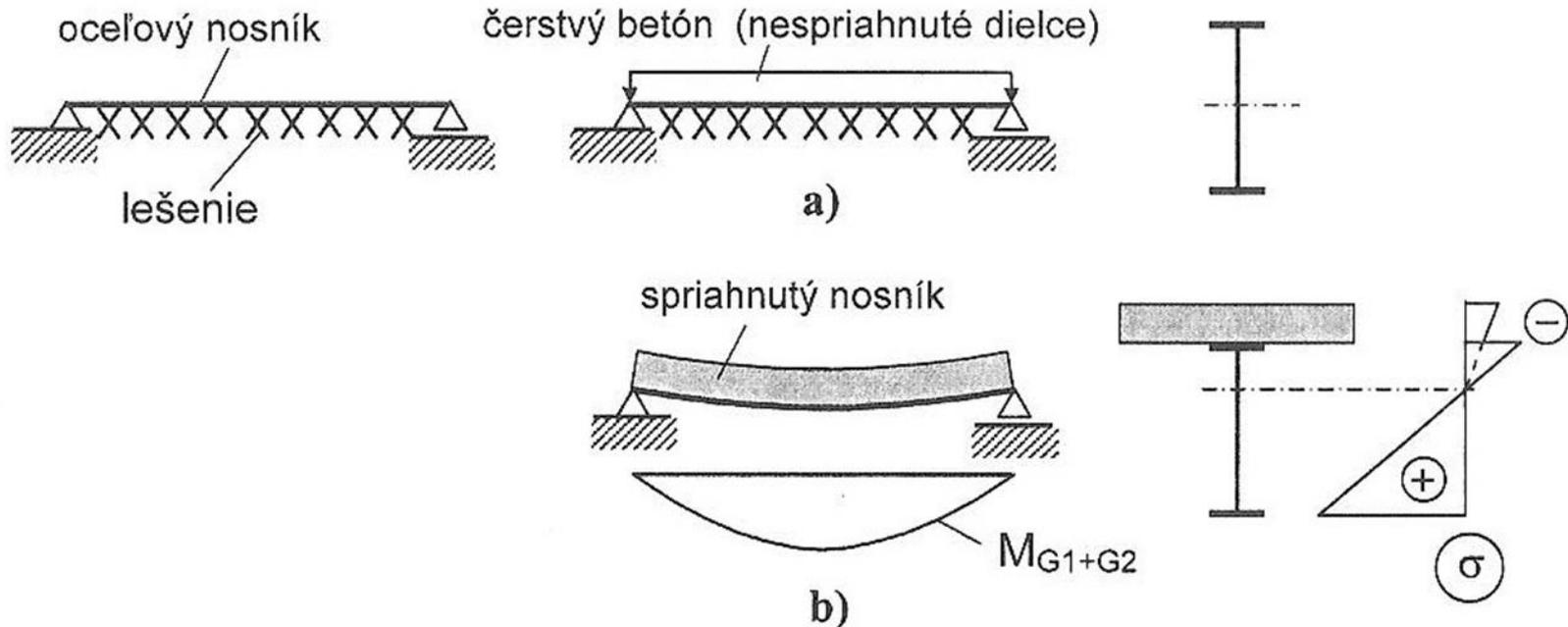
## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – vplyv postupov výstavby

### Výstavba na definitívnych podperách



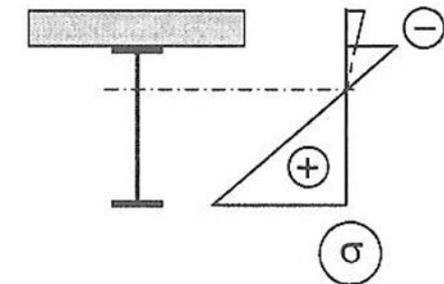
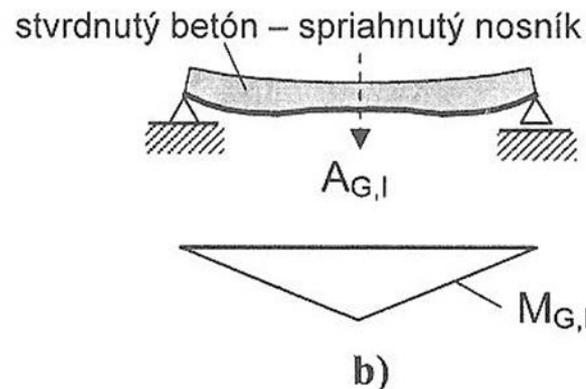
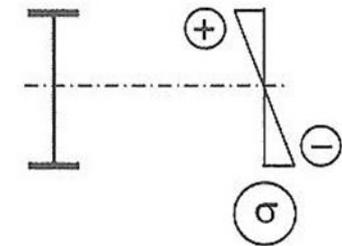
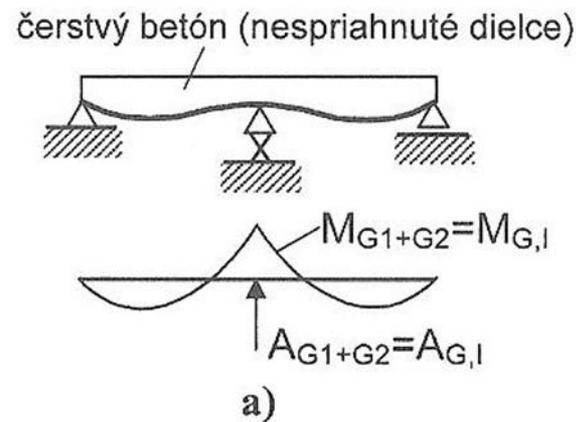
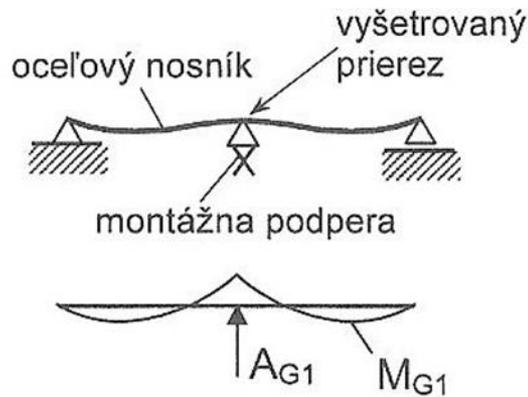
## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – vplyv postupov výstavby

### Výstavba na lešení – na kontinuálnom podopretí



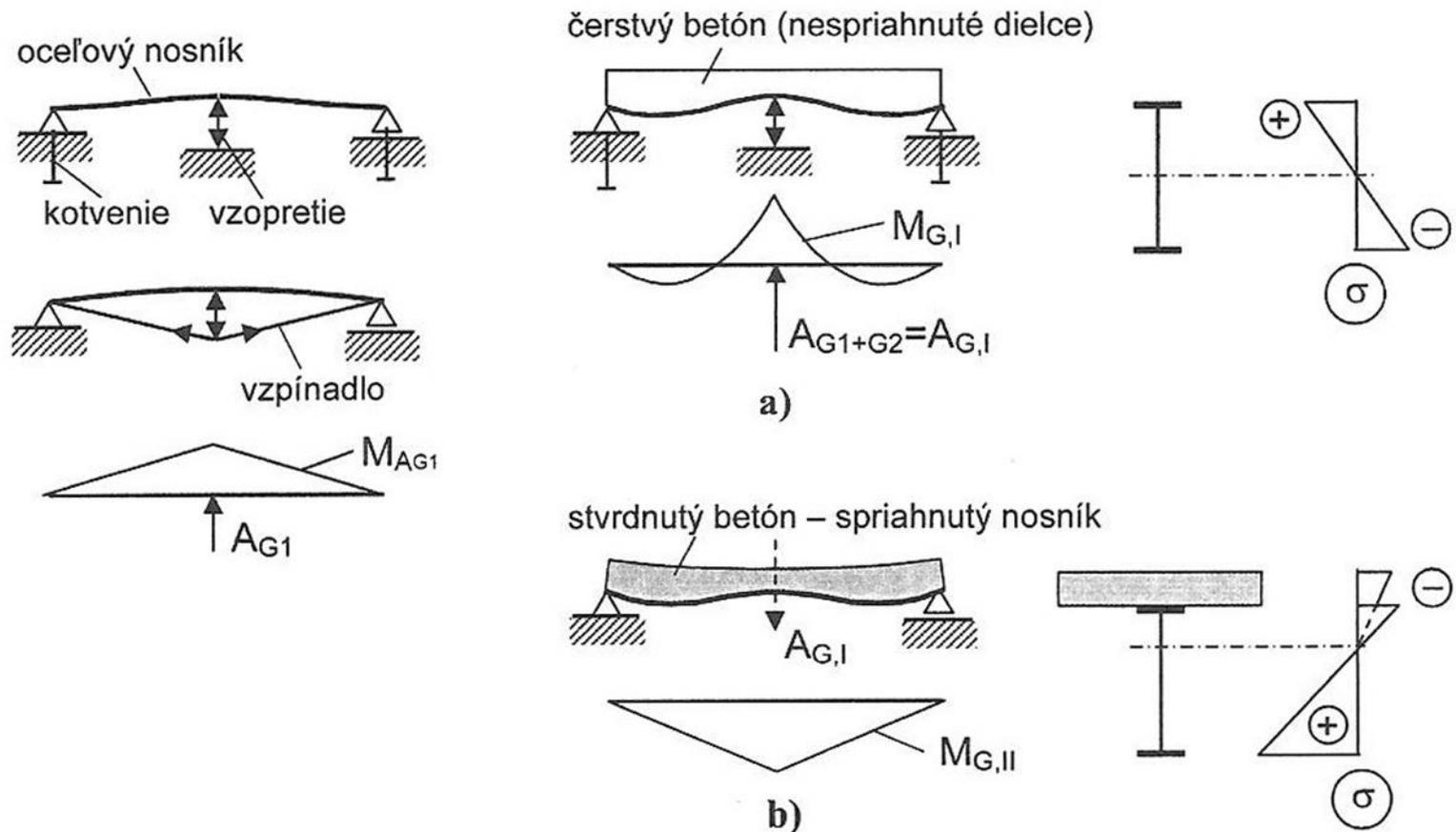
## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – vplyv postupov výstavby

### Výstavba s diskretnými montážnymi podperami



## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – vplyv postupov výstavby

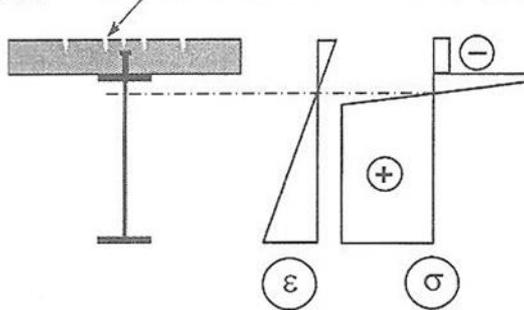
### Výstavba s montážnym vzopätím oceľového nosníka



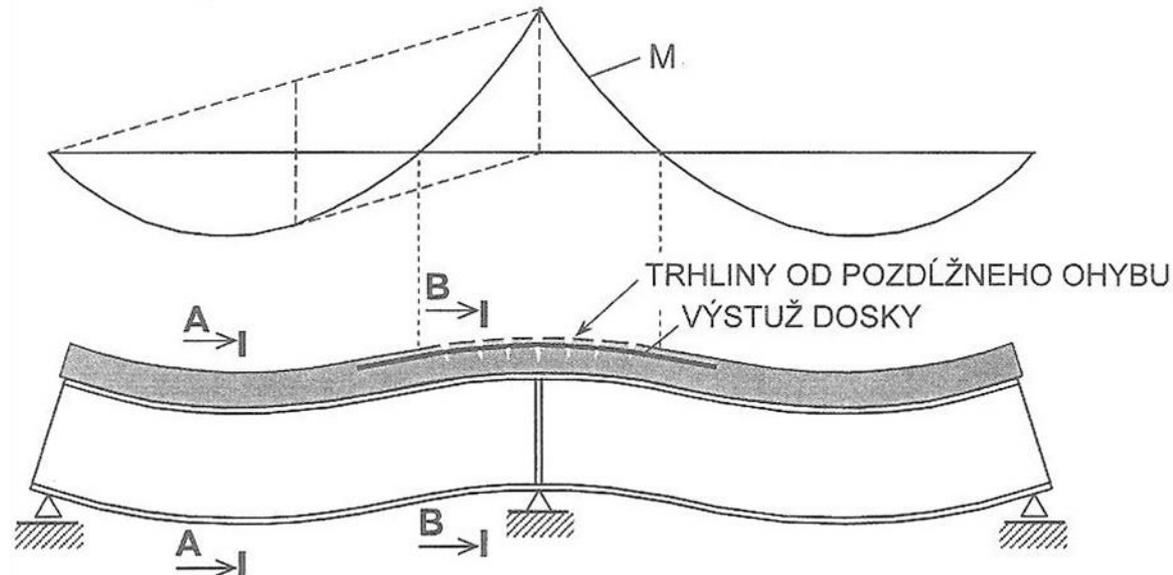
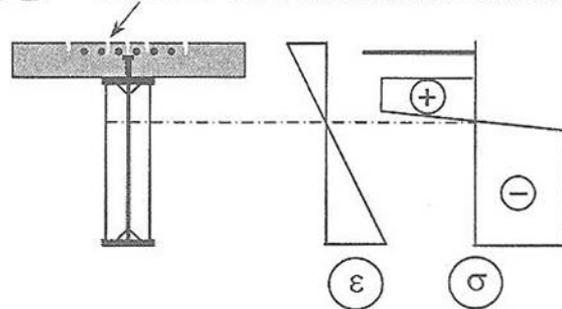
## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – trhliny v betónovej doske

### Trhliny v betónovej doske a ťahové spevnenie betónu

A-A TRHLINY OD PRIEČNEHO OHYBU

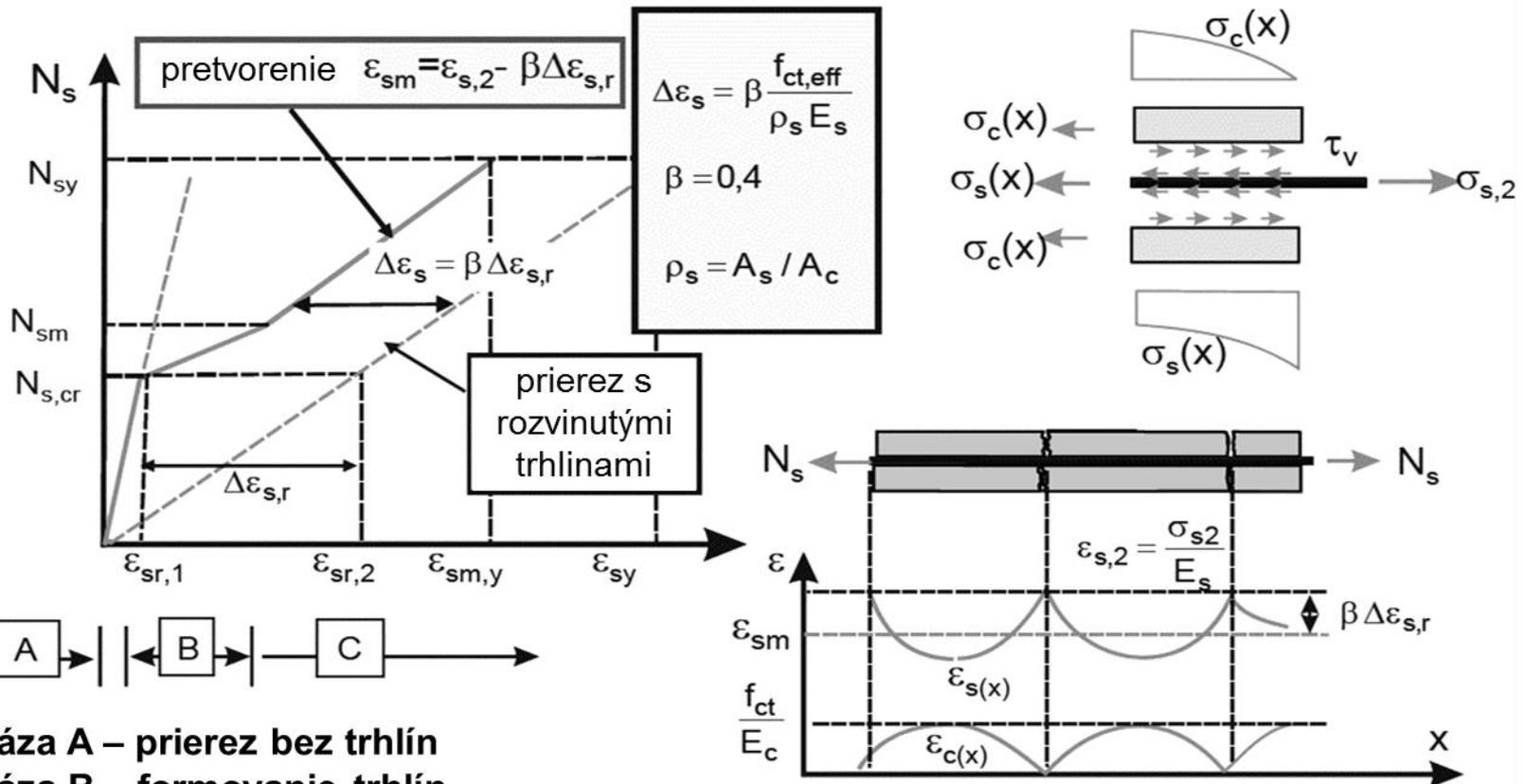


B-B TRHLINY OD PRIEČNEHO OHYBU



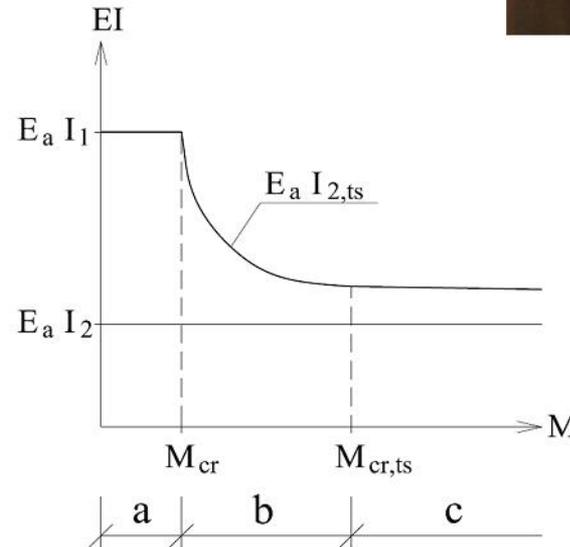
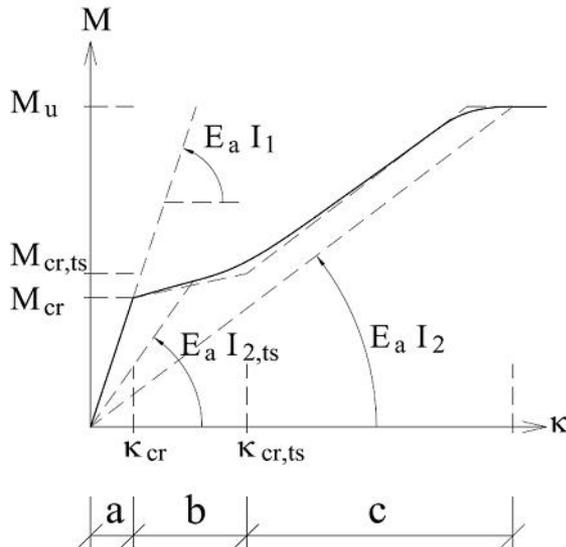
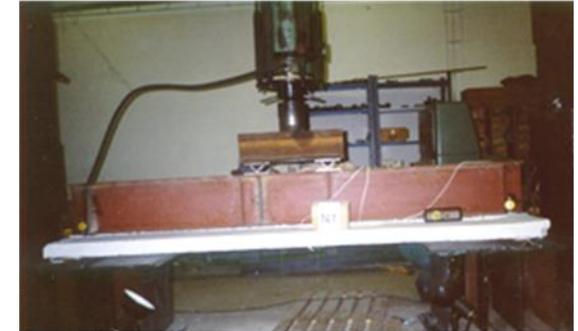
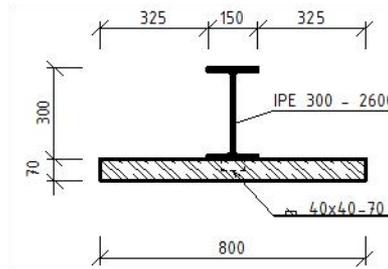
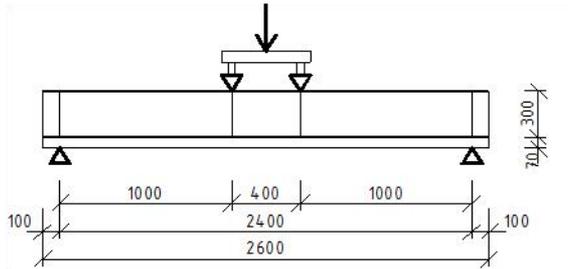
## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – trhliny v betónovej doske

### Trhliny v betónovej doske a ťahové spevnenie betónu



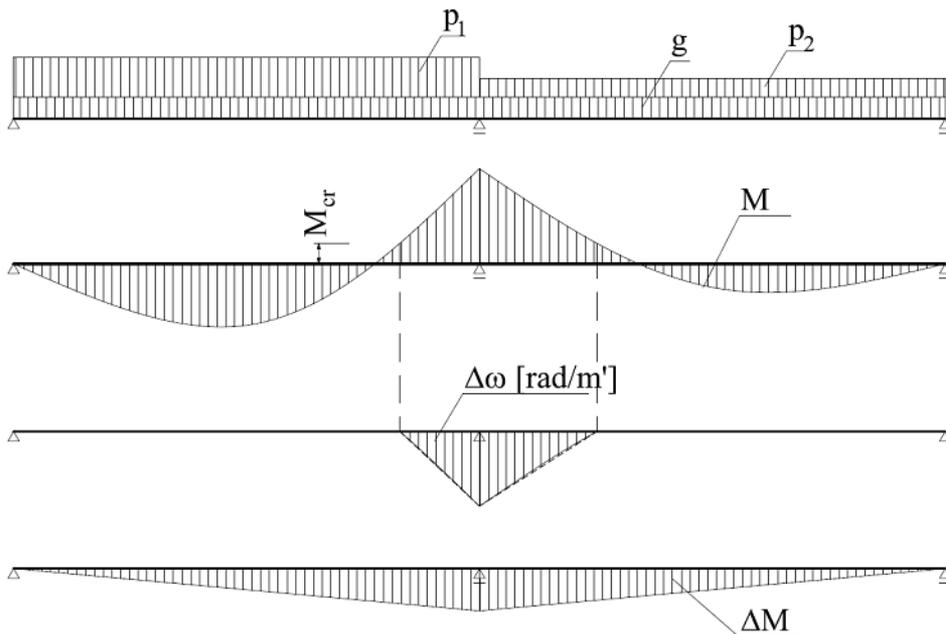
## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – trhliny v betónovej doske

### Trhliny v betónovej doske a ťahové spevnenie betónu



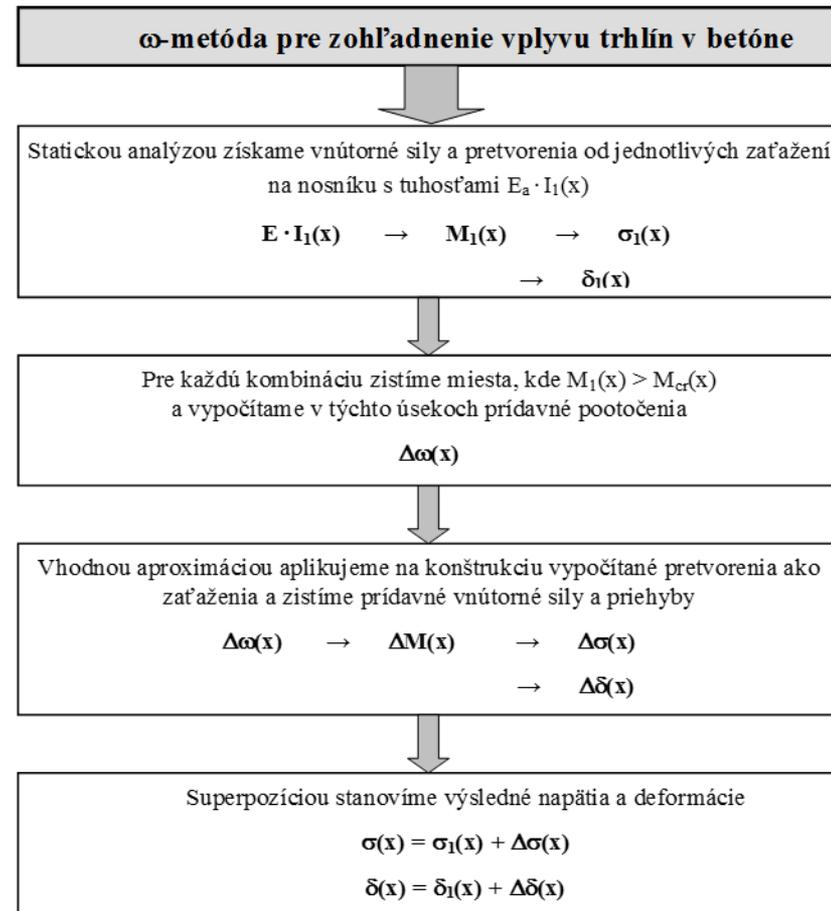
## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – trhliny v betónovej doske

### Alternatívny výpočet - možnosť prídavného „zaťaženia“



$$\Delta\varpi(x) = \varpi_1(x) - \varpi_{2, ts}(x) = \frac{M(x)}{EI_1(x)} - \frac{M(x)}{EI_{2, ts}(x)}$$

[rad · m<sup>-1</sup>]



## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – dotvarovanie betónu

### Zohľadnenie dotvarovania

pomer modulov pružnosti

$$n_L = n_0 (1 + \psi_L \varphi_t)$$

základný pomer modulov pružnosti

$$n_0 = E_a / E_{cm}$$

súčiniteľ dotvarovania

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \beta(t, t_0)$$

$t$  je vek betónu v dňoch v uvažovanom čase

$t_0$  je vek betónu v dňoch v čase vnesenia zaťaženia

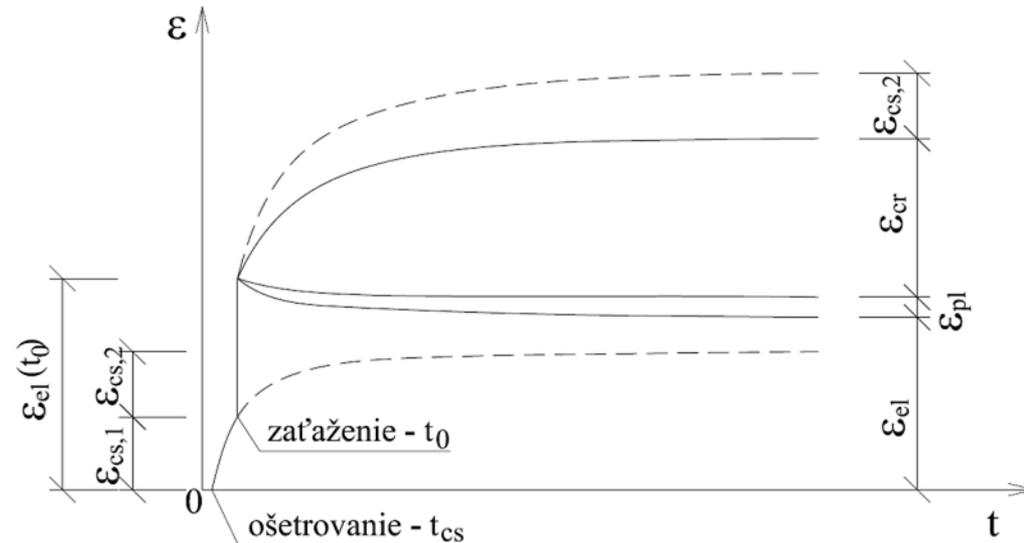
$\varphi_0$  je teoretický súčiniteľ dotvarovania

$\psi_L$  je násobiteľ, ktorý sa berie hodnotou:

1,10 pre stále zaťaženie

0,55 pre zmrašťovanie

1,50 pre predpätie vnesené deformáciami

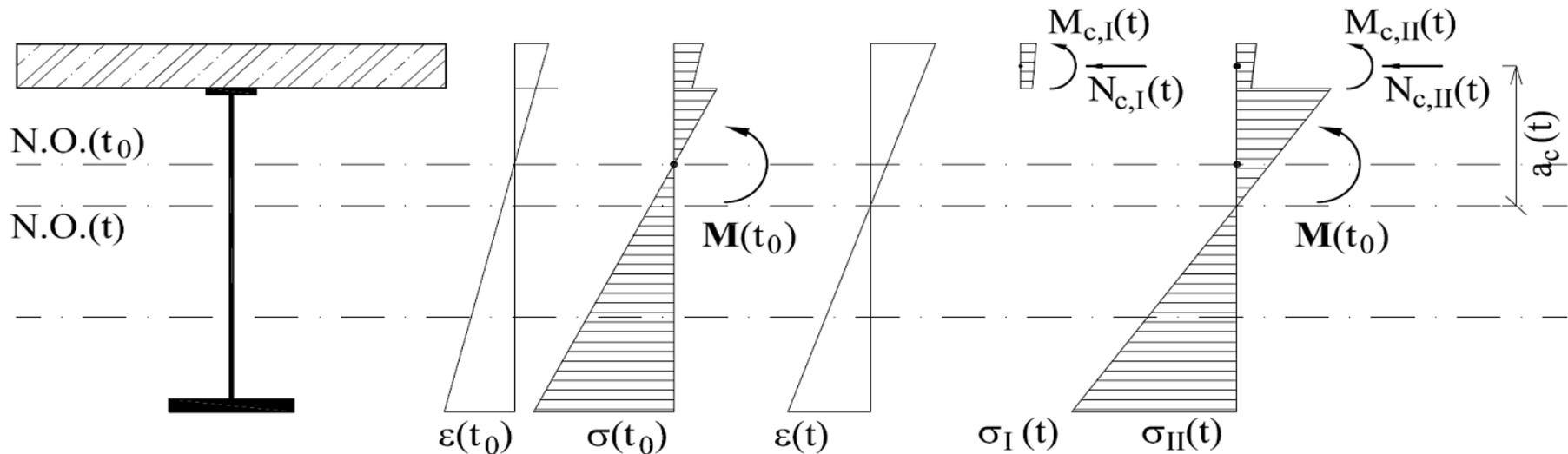


## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – dotvarovanie betónu

### Zohľadnenie dotvarovania v rámci prierezu

$$\sigma(t) = \sigma(t_0) \left[ 1 - \frac{\varphi_t}{1 + \psi_L \varphi_t} \right] = \sigma(t_0) \xi_t$$

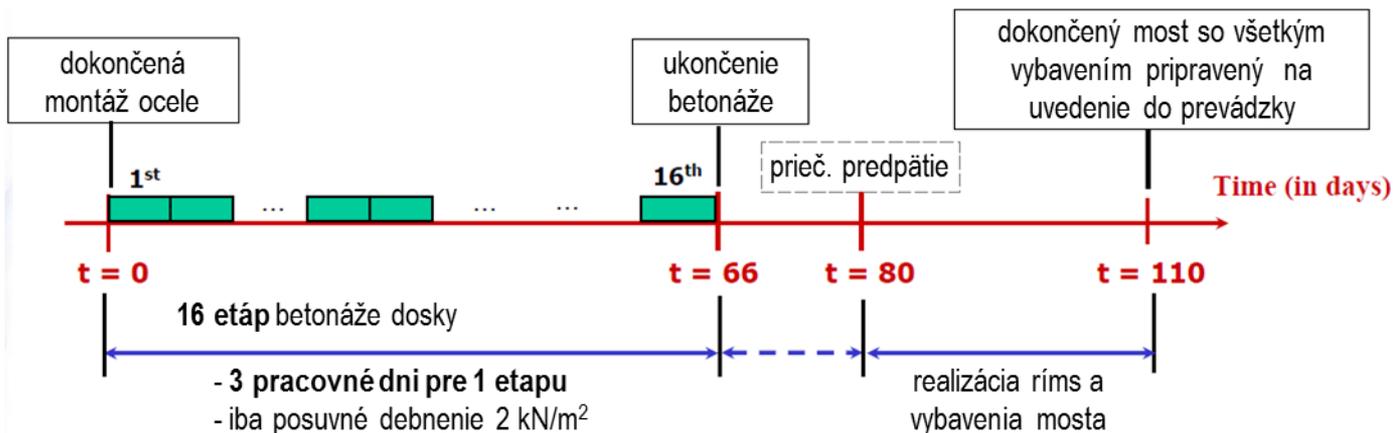
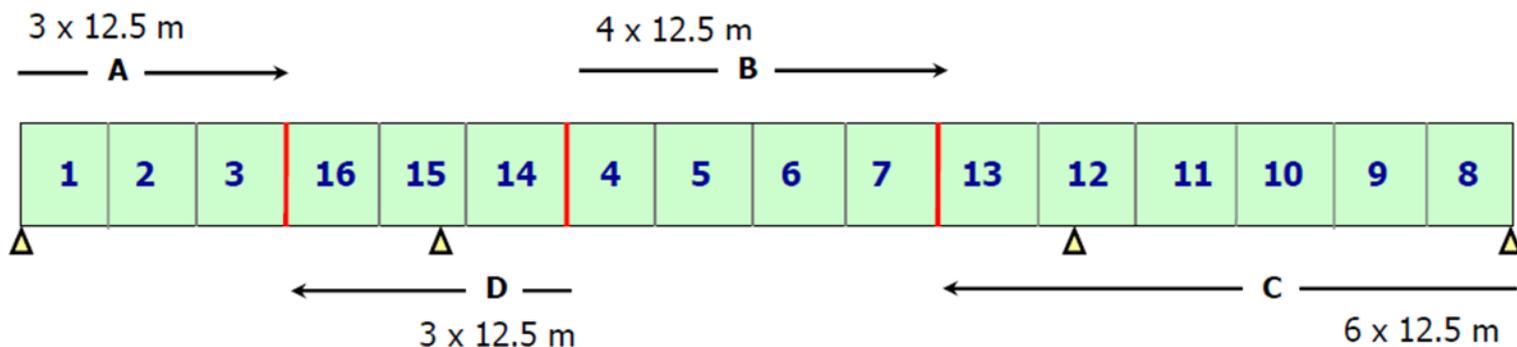
$$\xi_t = \xi(t, t_0) = 1 - \frac{\varphi_t}{1 + \psi_L \varphi_t} = 1 - \varphi_t \frac{n_0}{n_L}$$



## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – dotvarovanie betónu

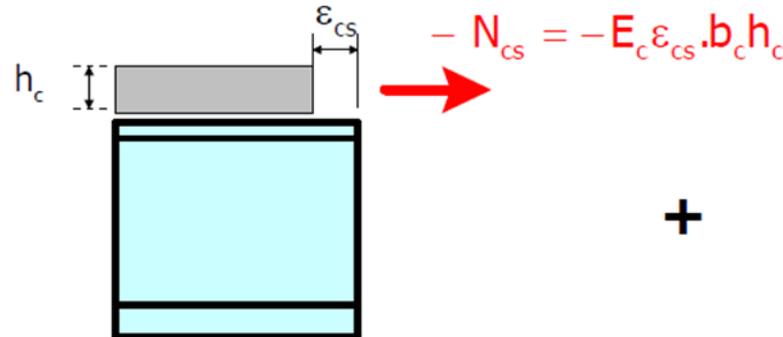
### Betonáž dosky po etapách

Príklad harmonogramu mosta so 16 etapami betonáže dosky s priečnym predpätím

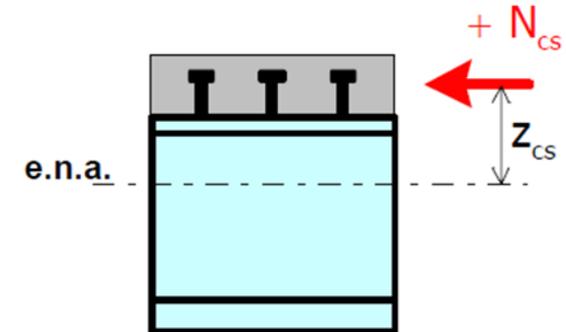


## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – zmrašťovanie betónu

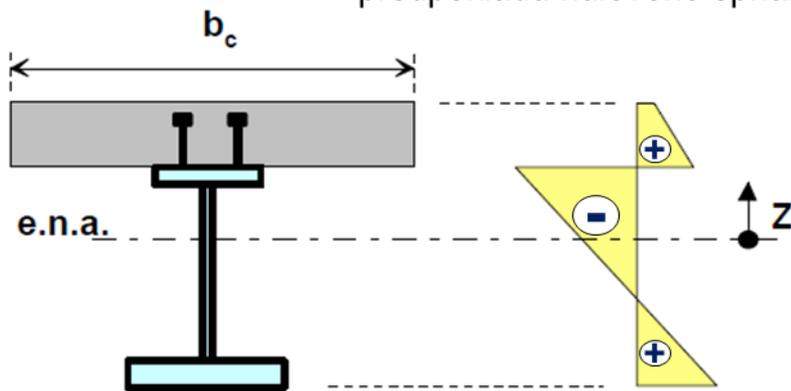
### Vplyv zmrašťovania



sila potrebná na zabránenie  
deformácie od zmrašťovania za  
predpokladu nulového spriahnutia



sila od zmrašťovania sa  
aplikuje späť ako akcia na  
spriahnutý prierez



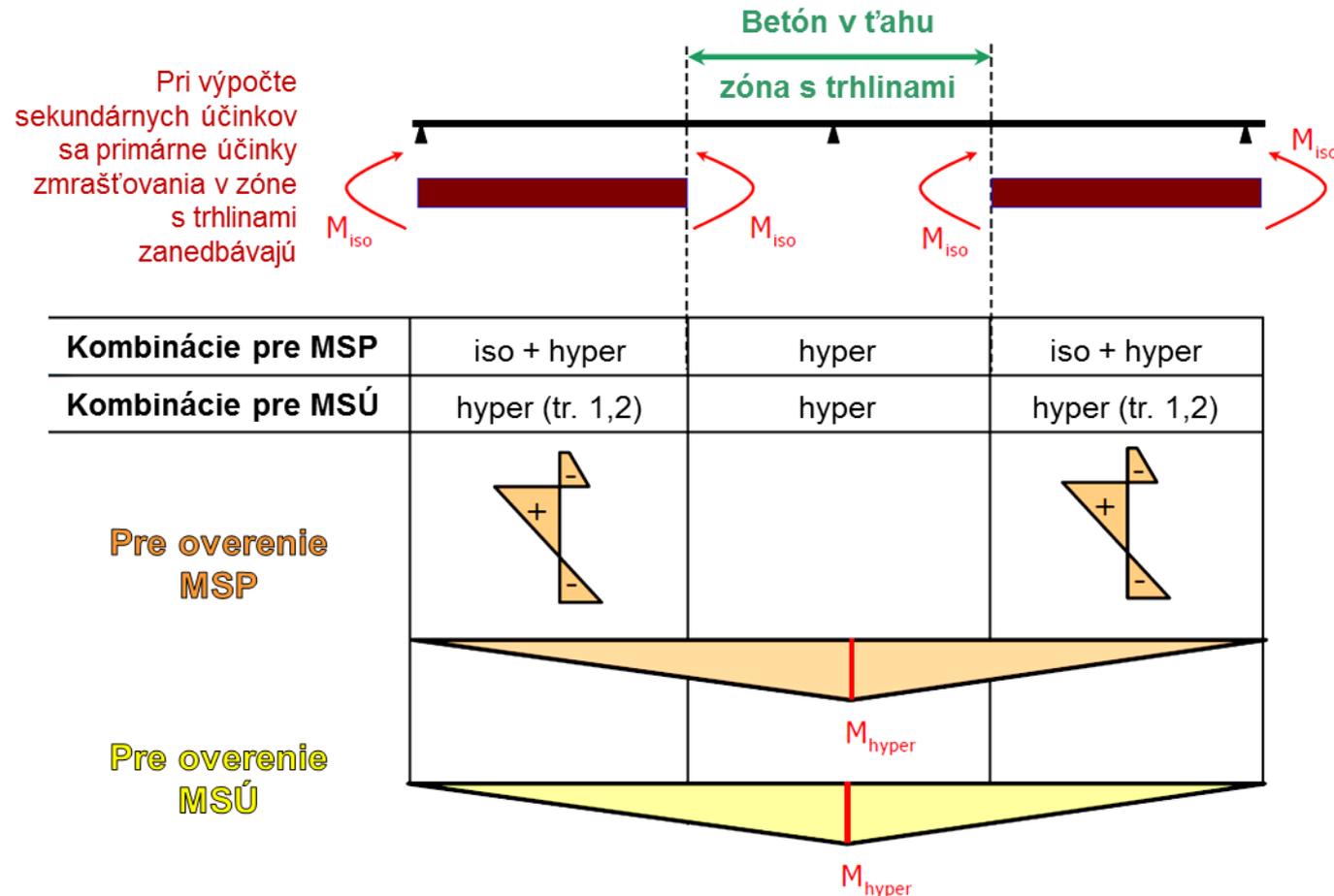
$$N_{cs} = \sigma_{cs} A_c = -\varepsilon_{cs} E_c A_c$$

## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – zmrašťovanie betónu

### Vplyv zmrašťovania v globálnej analýze

- primárne účinky  
v rámci prierezu  
„isostatic”

- sekundárne účinky  
na staticky neurčitej  
konštrukcii  
„hyperstatic”



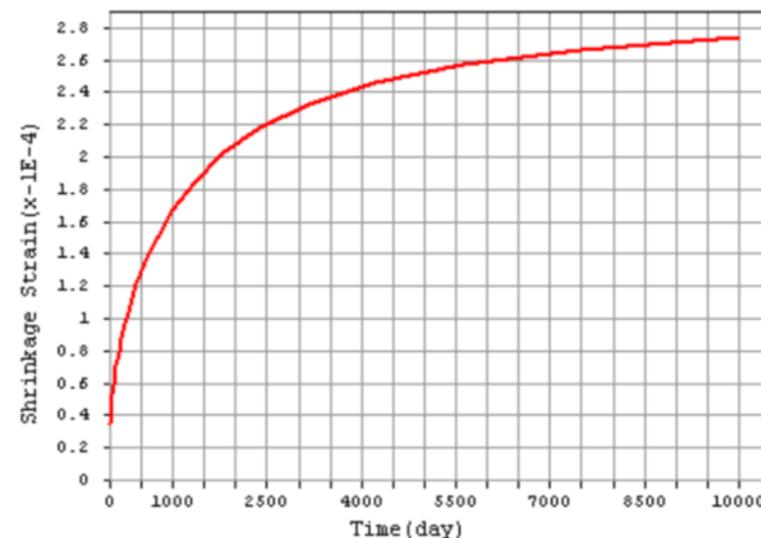
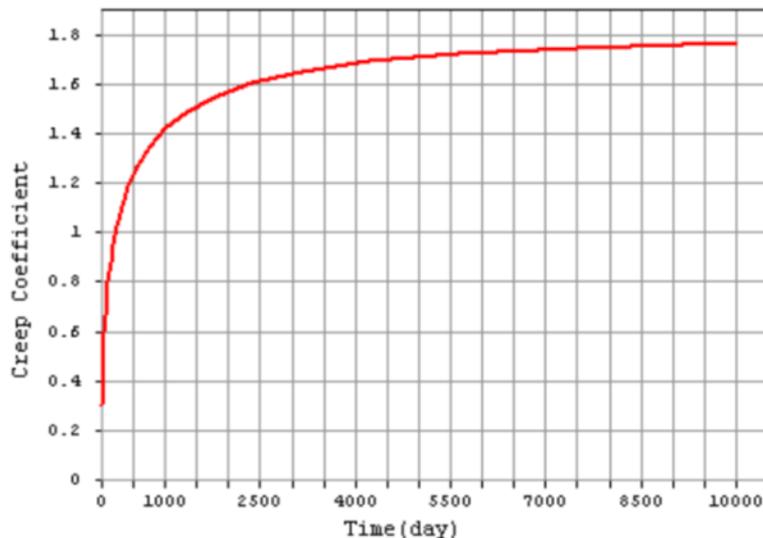
## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – sekundárne účinky reológie

### Sekundárne účinky dotvarovania

Sekundárne účinky vznikajú ako prírastky napätosti v prierezoch spriahnutých trémov v dôsledku redistribúcie vnútorných síl následkom statickej neurčitosti trémov. Ich výpočet je pomerne náročný, avšak s použitím výpočtovej techniky sa značne zjednodušil.

**Časovou analýzou** (softvéry)

Alebo **zjednodušene** - minimálne 2-krokovou analýzou



## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – sekundárne účinky reológie (alter. metóda)

### Sekundárne účinky dotvarovania – ALTERNATÍVNA metóda

Alternatívna metóda (tzv.  $\omega$ -metóda) pre výpočet:

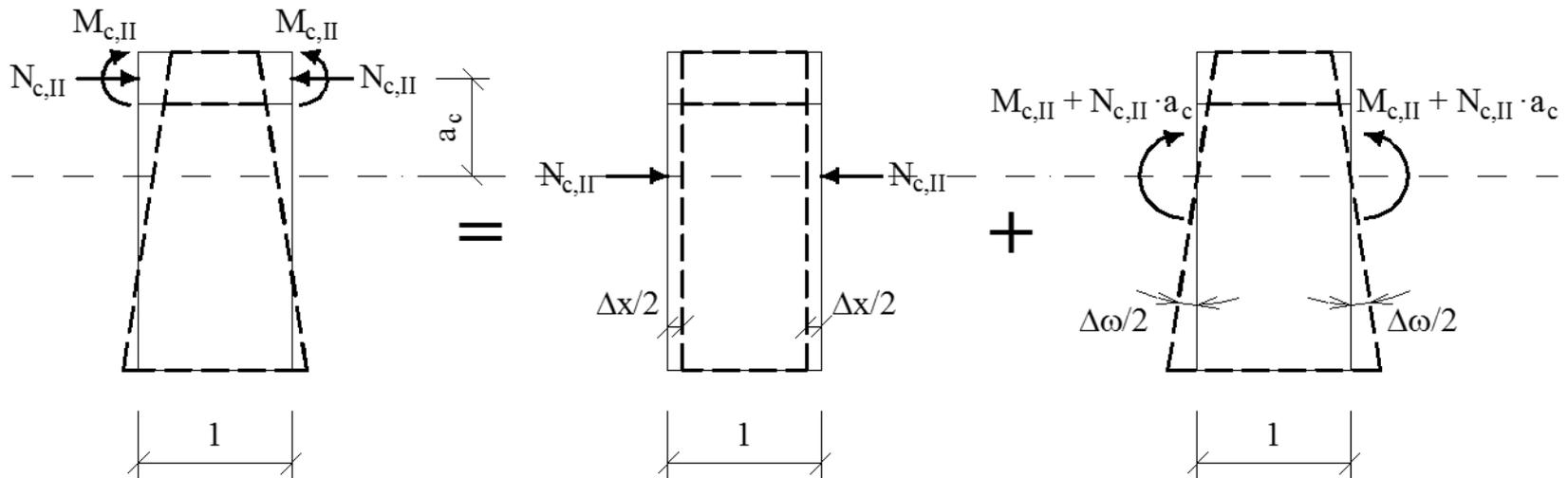
- sekundárnych účinkov dotvarovania v globálnej analýze
  - sekundárnych účinkov zmrašťovania v globálnej analýze
  - ale aj pre výpočet vplyvu trhlín na tuhosť v globálnej analýze
- 
- **náhrada efektu zmeny tuhosti v priereze spojitým zaťažením pretvoreniami**
  - bez potreby zmeny tuhosti v modeli
  - stačí jedna iterácia
  - využitie súčasných softvérov na zadávanie vynútených spojitých deformácií ako zaťažovacích stavov
  - prehľadnosť
  - ďalej je  $\omega$ -metóda vysvetlená na dotvarovaní

## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – sekundárne účinky reológie (alter. metóda)

### Sekundárne účinky dotvarovania – ALTERNATÍVNA metóda

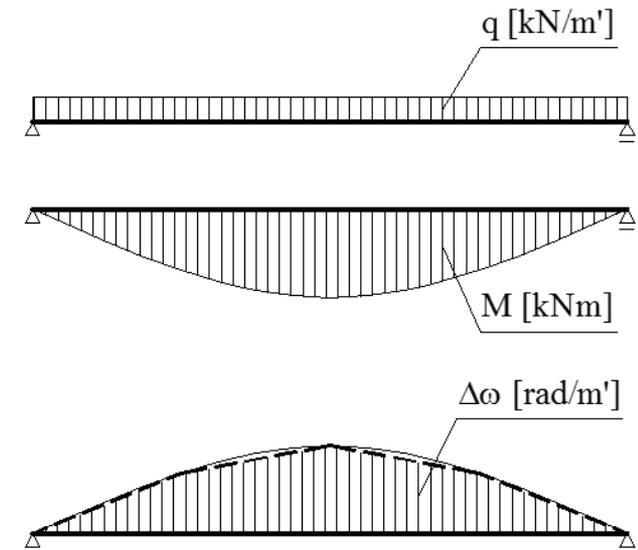
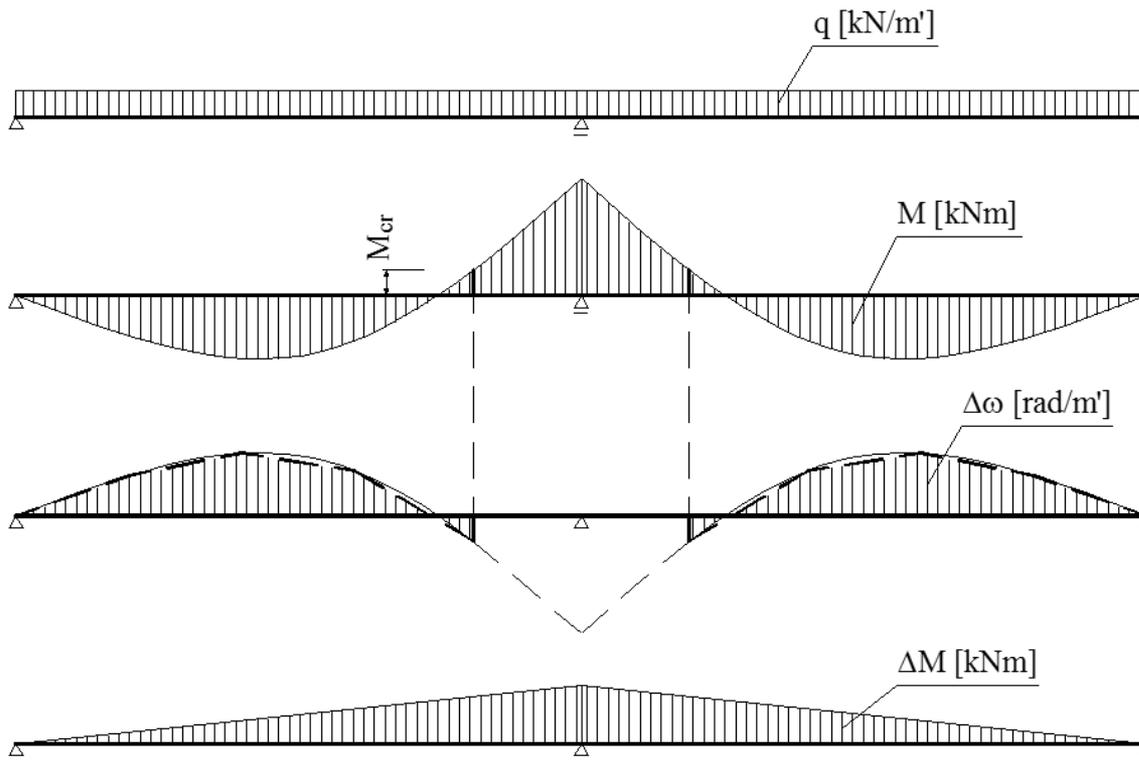
$$\Delta\varpi(t) = \frac{M_{c,II}(t) + N_{c,II}(t) \cdot a_c(t)}{E_a \cdot I_i(t)} \quad [\text{rad/m}']$$

$$\Delta x(t) = \frac{N_{c,II}(t)}{E_a \cdot A_i(t)} \quad [\text{m/m}']$$



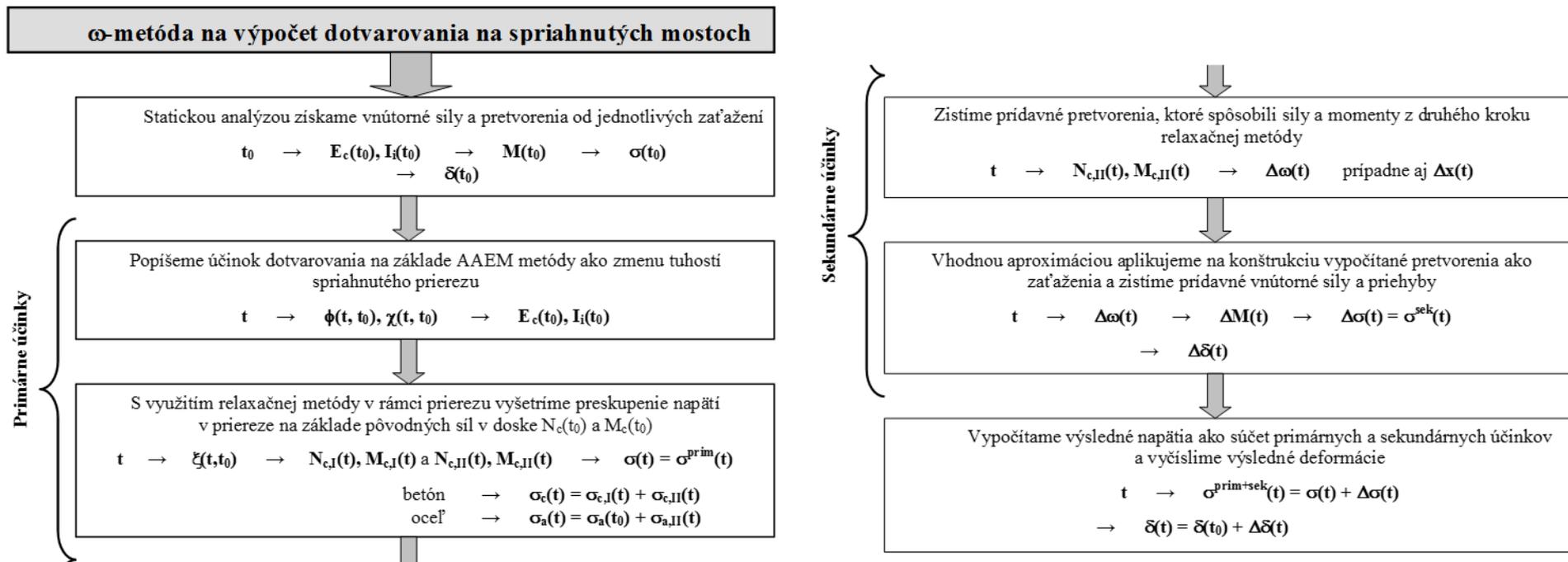
## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – sekundárne účinky reológie (alter. metóda)

### Sekundárne účinky dotvarovania – ALTERNATÍVNA metóda



## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – sekundárne účinky reológie (alter. metóda)

### Sekundárne účinky dotvarovania – ALTERNATÍVNA metóda



## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – sekundárne účinky reológie (alter. metóda)

### Sekundárne účinky dotvarovania – ALTERNATÍVNA metóda

Postup výpočtu v prípade doskového modelu betónovej mostovky:

- zadávajú priamo pomerné deformácie betónovej dosky, nie spriahnutého prierezu.
- prídavné spojité zaťaženia vstupujúce do globálnej analýzy sú tak
  - prídavné posunutia (pomerné predĺženia)
  - prídavné krivosti (pootočenia) dosky,

ktoré sa dajú vyčísliť z napätí v betóne z druhého kroku relaxačnej metódy

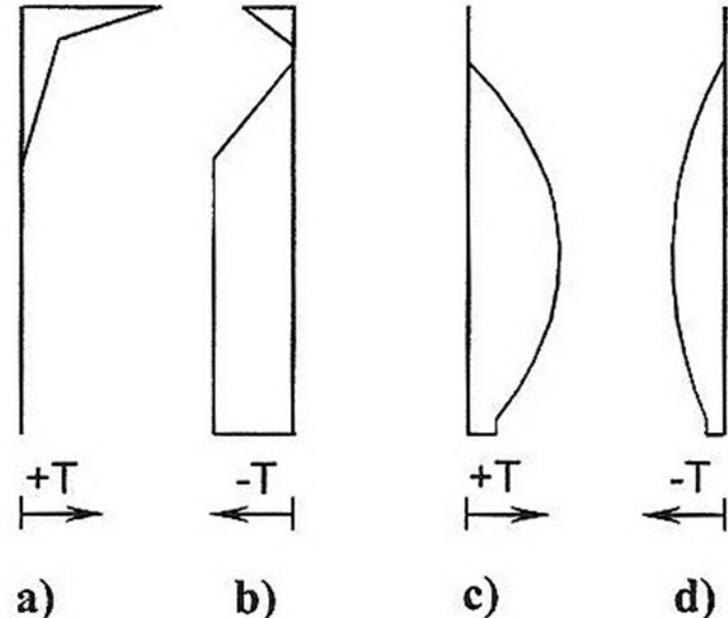
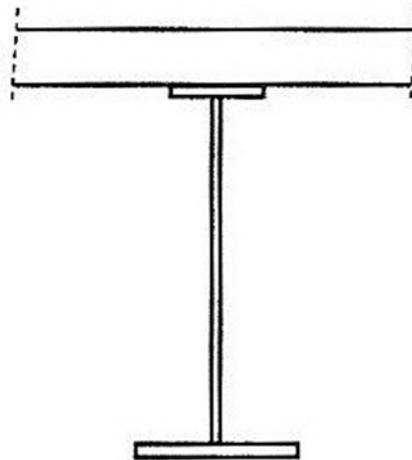
$$\varepsilon_c(t)(1 - \xi_t) = \sigma_{c,II} / E_{cm}$$

$$\Delta \omega_{doska} = \frac{\sigma_{c,II,1} + \sigma_{c,II,2}}{h_c E_{cm}}$$

$$\Delta \varepsilon_{doska} = \frac{\sigma_{c,II,1} + \sigma_{c,II,2}}{2 E_{cm}}$$

## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – vplyv teplotných zmien

### Nerovnomerné rozdelenie teploty po výške prierezu



- a - oslnenie na poludnie
- b - ochladenie v noci
- c - oslnenie ráno
- d - náhle ochladenie dažďom (krupobitím)

## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza – vplyv teplotných zmien

### Nerovnomerné rozdelenie teploty po výške prierezu

#### Výpočet vrstvičkovou metódou

V každej vrstve po výške prierezu sa určí sila od teplotného gradientu

$$\sigma_{Th,i}(t) = \alpha_T \Delta T_{h,i} E_{cm}(t), \quad \sigma_{Ts,i}(t) = \alpha_T \Delta T_{s,i} E_{cm}(t),$$

$$F_{T,i} = \frac{\sigma_{Th,i} + \sigma_{Ts,i}}{2} b_i h_i,$$

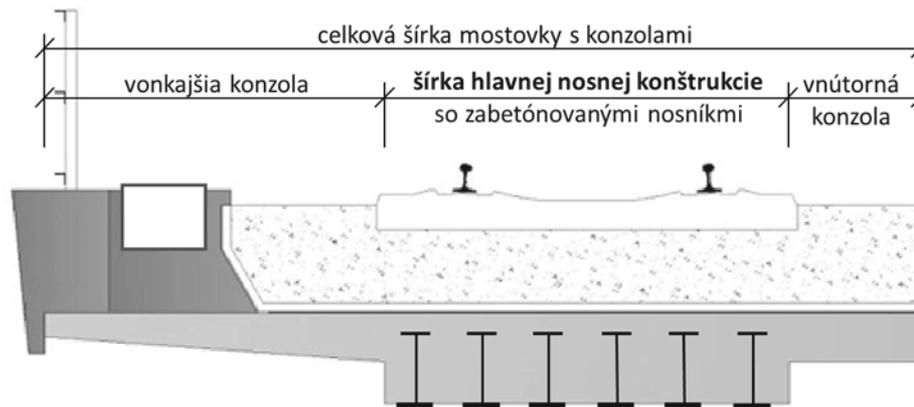
Následne sa postupuje sa v dvoch krokoch podobne, ako pri výpočte účinkov zmrašťovania

... a to aj v prípade sekundárnych účinkov

## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza mostov so zabetónovanými nosníkmi

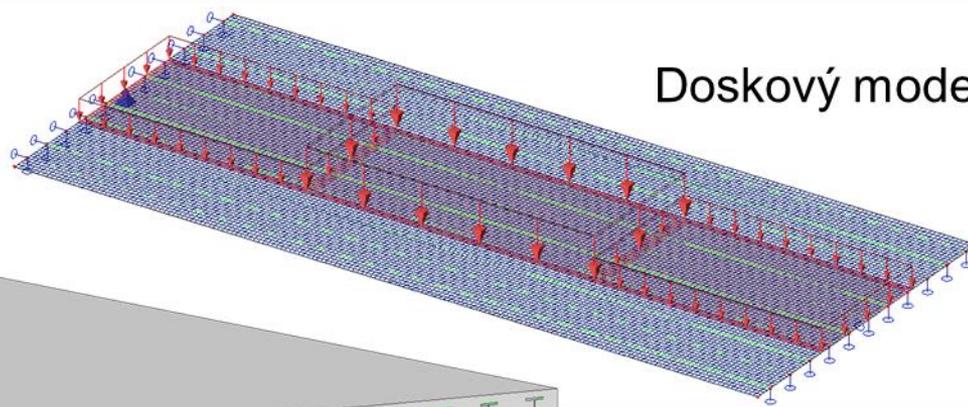
### Mosty so zabetónovanými nosníkmi - výpočtové modely

- odporúčané modely zohľadňujúce doskové pôsobenie s rozdielnou tuhosťou v pozdĺžnom a priečnom smere pomocou modelu:
  - **ortotropnej dosky** „rozmazaním“ oceľových nosníkov
  - železobetónovej **dosky** so zabudovanými diskretnými prúťovými **rebrami**
  - **rovinného roštu** s prvkami s ohybovou a torznou tuhosťou
  - **presnejšími** metódami globálnej analýzy konštrukcií.

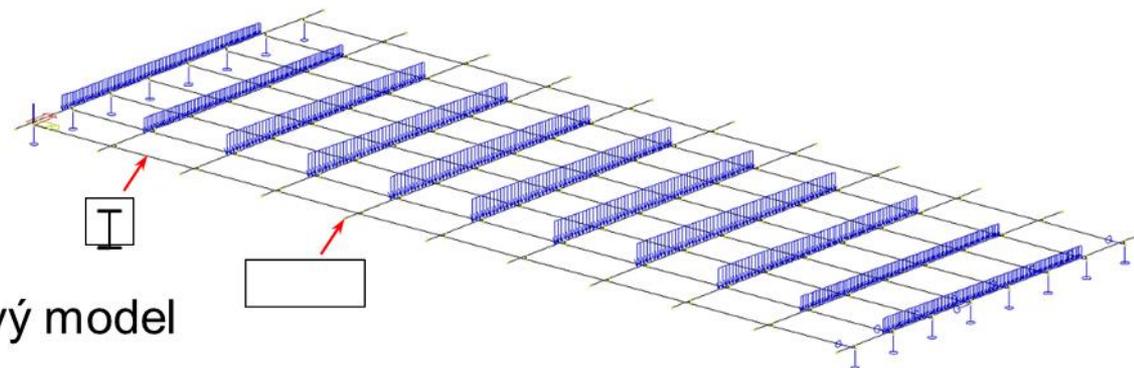
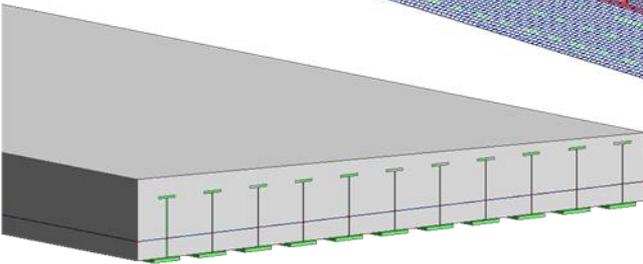


## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza mostov so zabetónovanými nosníkmi

### Mosty so zabetónovanými nosníkmi - výpočtové modely



Doskový model s rebrami



Roštový model

## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza mostov so zabetónovanými nosníkmi

### Mosty so zabetónovanými nosníkmi - výpočtové modely

- je potrebné zohľadňovať fázy výstavby.
- účinky preklzu medzi betónom a oceľovými nosníkmi sa zanedbávajú
- vplyv šmykového ochabnutia je nepodstatný vzhľadom k malej vzdialenosti oceľových nosníkov.
- **pružnostnou analýzou** pri zanedbaní vplyvu trhlín v betóne
- spresniť o vplyv trhlín a ťahové spevnenia pri analýze v medzných stavoch použiteľnosti a pri spojitých konštrukciách.
- na stanovenie **priehybov a pootočení** nosnej konštrukcie sa ohybová tuhosť nosnej konštrukcie so zabetónovanými nosníkmi môže brať ako

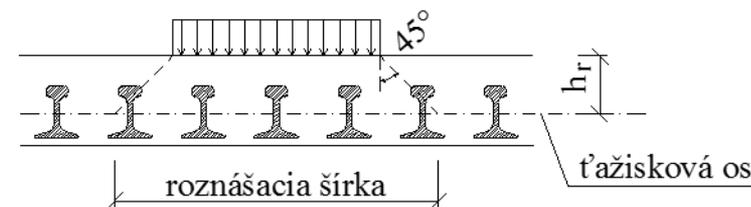
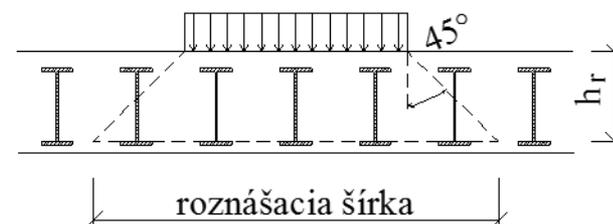
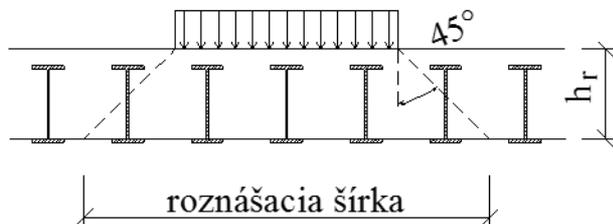
$$E_a I_{eff} = 0,5(E_a I_1 + E_a I_2)$$

## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza mostov so zabetónovanými nosníkmi

### Mosty so zabetónovanými nosníkmi - výpočtové modely

- Bežne zaužívaná metóda, tzv. „**metóda roznášacej šírky**“, ktorá je dokonca odporúčanou v mnohých technických predpisoch, je síce na strane bezpečnej, ale nedostatočne vystihuje reálne pôsobenie týchto doskových konštrukcií.
- Konzervatívnosť tejto metódy vzrastá so šírkou nosnej konštrukcie

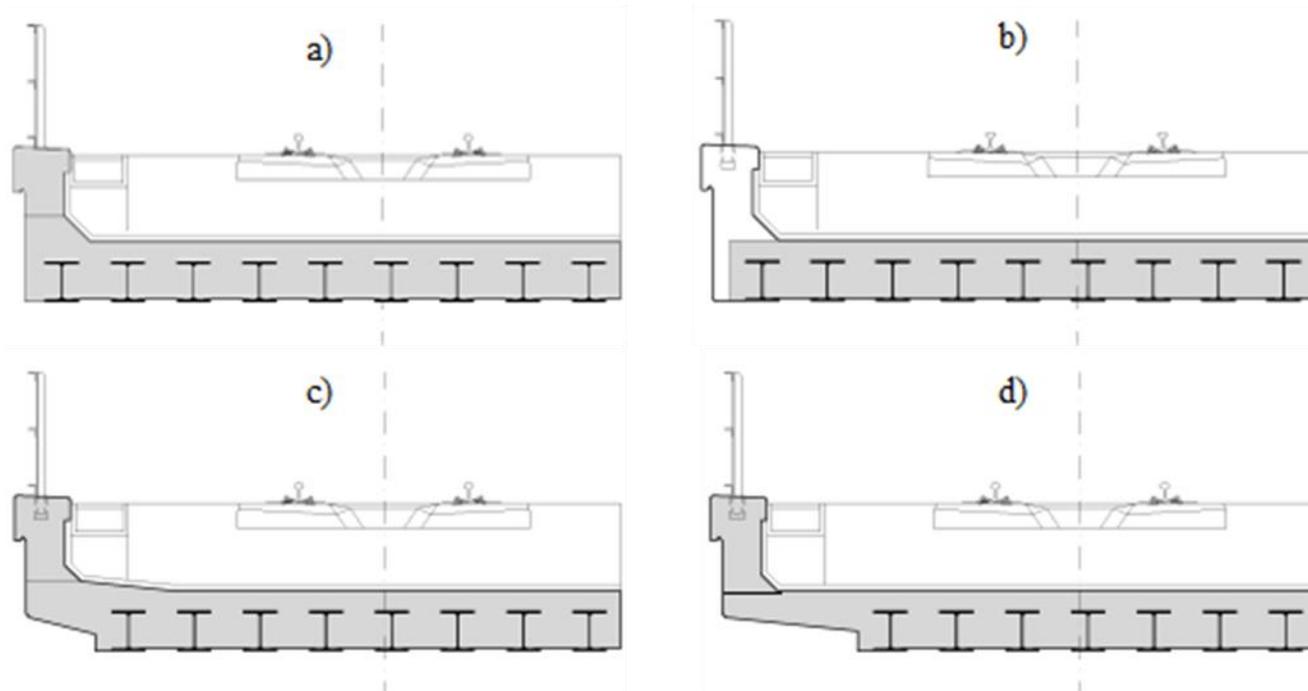
#### Staršie mosty



## Spriahnuté oceľobetónové mosty - globálna analýza mostov so zabetónovanými nosníkmi

### Mosty so zabetónovanými nosníkmi - výpočtové modely

- je nutné primerane zvážiť možné spolupôsobenie monolitických rímsových častí, pod ktorými sa nachádzajú zabetónované nosníky



- v alternatíve „a“ dochádza k **výraznému** spolupôsobeniu !